

☞ Antilles–Guyane juin 1967 ☞
**Baccalauréat mathématiques élémentaires et
mathématiques et technique**

EXERCICE 1

Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation

$$2(x - 1) \leq \sqrt{x^2 - 4x + 3}.$$

EXERCICE 2

Trouver l'ensemble des points du plan qui sont images des nombres complexes z tels que

$$|z| = 2|z - i|.$$

EXERCICE 3

Soit un cercle (O) , de centre O , de rayon R , une droite (D) et son pôle, S , par rapport à ce cercle.

On pose $SO = d$. On supposera :

- d'une part que (D) n'est pas tangente à (O) ;
- d'autre part que (D) n'est pas un diamètre de (O) .

Soit M un point du plan, supposé non situé sur la perpendiculaire en S à SO .

On définit sa position par la mesure algébrique, x , de la projection orthogonale sur l'axe SO du vecteur \overrightarrow{SM} et par l'angle $(\overrightarrow{SO}, \overrightarrow{SM}) = \theta \pmod{2\pi}$.

La droite SM coupe (D) en Q .

1. Calculer, en utilisant les données R, d, x et θ :
 - a. la puissance, \mathcal{P} , de M par rapport à (O) ;
 - b. la distance MQ ;
 - c. l'expression $y = \mathcal{P} - MQ^2$. [On mettra en facteur l'expression $\left(2x - \frac{d^2 - R^2}{d}\right)$.]
2. Déterminer l'ensemble des points M tels que $y = 0$ (suivant les cas, on trouvera une ou trois droites).
3. On suppose $d = 2R$ et, de plus, on impose au point M de décrire le cercle de diamètre SO .

Quelle relation existe-t-il entre x, R et θ ?

Calculer y en fonction de R et x .

Variations de $y = f(x)$. Représentation graphique pour $R = 1$.

N. B. - Les questions 2 et 3 sont indépendantes.