Baccalauréat mathématiques élémentaires
Antilles-Guyane septembre 1962

EXERCICE 1

Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{x^2+2x-2}{x+1}.$$

Tracer la courbe représentative des variations de cette fonction.

EXERCICE 2

Résoudre et discuter l'équation

$$\sin x + \sqrt{3}\cos x = m,$$

où m est un paramètre. Calculer, avec la précision des tables de logarithmes, les solutions comprises entre 0 et 360° dans le cas où $m = \dfrac{3}{4}$.

PROBLÈME

On donne deux axes perpendiculaires $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$, et un point, C, de $y'\mathrm{O}y$ d'ordonnée R (R > 0).
On désigne par (C) le cercle de centre C et de rayon R, par M un point de l'axe $x'\mathrm{O}x$, d'abscisse $\overline{\mathrm{OM}} = x$, par AB le diamètre du cercle (C) parallèle à $x'\mathrm{O}x$ (l'abscisse de B étant positive).

1. La droite MA recoupe le cercle (C) en un point P. Tracer le cercle (ω) passant par P et tangent en M à l'axe $x'\mathrm{O}x$. Montrer que ce cercle (ω) est orthogonal au cercle (C), qu'il recoupe en un point Q.
   Montrer que M, B, Q sont alignés.
2. Calculer en fonction de $\overline{\mathrm{OM}} = x$ l'ordonnée du centre, ω, du cercle (ω).
   En déduire que le lieu de ω est une conique, (Γ), dont on précisera le foyer et la directrice.
3. Montrer que, lorsque M décrit $x'\mathrm{O}x$, le cercle (ω) reste tangent à un cercle fixe, que l'on précisera (centre et rayon).
   Retrouver, en utilisant cette propriété du cercle (ω), le lieu de ω.
4. **a.** En désignant par I et J les points d'intersection de la droite AB avec les droites PQ et Mω, montrer que A, B, I, J forment une division harmonique.
   b. Montrer que la droite PQ et la tangente (Δ) à la courbe (Γ) (lieu de ω) en ω se coupent sur l'axe $x'\mathrm{O}x$.