

☞ **Baccalauréat Antilles-Guyane septembre 1961** ☞

Série mathématiques

I. EXERCICE 1

Lieu des centres des cercles tangents à une droite fixe (D) et orthogonaux à un cercle fixe (Γ), dans le cas où (D) est tangent à (Γ).

I. EXERCICE 2

Résoudre l'inégalité

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x > \sqrt{2}.$$

II.

On se propose d'étudier, suivant les valeurs du paramètre $m \geq 0$, la forme des courbes (C) représentant les équations

$$(1) \quad y = \sqrt{m^2 x^2 - 2x + 1}.$$

1. Que peut-on dire de ces courbes par rapport aux courbes (C₁) représentant les équations

$$(2) \quad y^2 = m^2 x^2 - 2x + 1?$$

En déduire l'étude des courbes (C) suivant les valeurs de m .

- a. On envisagera, en premier lieu, le cas $m = 0$.
b. Si $m > 0$, montrer que (2) peut s'écrire sous la forme

$$(3) \quad y^2 = m^2(x - a)^2 + h,$$

où a et h sont des quantités dépendant du paramètre m .

Que représente l'équation (3), suivant le signe de h ?

Cas particulier où $h = 0$.

Préciser à quelles valeurs de m ($m > 0$) correspondent ces résultats.

2. On suppose $m \neq 0$; retrouver les différentes formes des courbes (C) en étudiant algébriquement les variations de la fonction

$$y = \sqrt{m^2 x^2 - 2x + 1}$$

Étude des asymptotes des courbes représentatives.

Montrer que toutes les courbes (C) passent par un même point.

3. On considère les droites (D) d'équation $y = x - 1$ et (D') d'équation $y = -(x - 1)$.
On oriente (D) et (D') dans le sens des y croissants. Soient A et A' leurs points d'intersection avec la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$.

- a. Deux points M et M' décrivent, sur les axes D et D' , des divisions semblables dont A et A' sont deux points homologues ($\overline{AM} = k\overline{A'M'}$), k étant un paramètre positif; pour chaque valeur de k , on considère la similitude qui fait passer de \overline{AM} à $\overline{A'M'}$.

Quel est l'angle de cette similitude?

Lieu du centre de la similitude lorsque k varie.

- b. Que devient cette similitude dans le cas particulier où le centre est sur Ox ?
Montrer que, dans l'un des cas, l'enveloppe de MM' est une des courbes (C_1) de (1).

N. B. Les questions 1., 2., 3. peuvent être traitées indépendamment.