Baccalauréat Antilles-Guyane septembre 1961
Série mathématiques

I. EXERCICE 1

Lieu des centres des cercles tangents à une droite fixe (D) et orthogonaux à un cercle fixe (Γ), dans le cas où (D) est tangent à (Γ).

I. EXERCICE 2

Résoudre l'inégalité

$$\cos x + \sqrt{3}\sin x > \sqrt{2}.$$

II.

On se propose d'étudier, suivant les valeurs du paramètre $m \geqslant 0$, la forme des courbes (C) représentant les équations

$$(1) \qquad y = \sqrt{m^2x^2 - 2x + 1}.$$

1. Que peut-on dire de ces courbes par rapport aux courbes (C_1) représentant les équations

$$(2) \qquad y^2 = m^2x^2 - 2x + 1\,?$$

En déduire l'étude des courbes (C) suivant les valeurs de m.

a. On envisagera, en premier lieu, le cas $m = 0$.

b. Si $m > 0$, montrer que (2) peut s'écrire sous la forme

$$(3) \qquad y^2 = m^2(x-a)^2 + h,$$

où a et h sont des quantités dépendant du paramètre m.
Que représente l'équation (3), suivant le signe de h?
Cas particulier où $h = 0$.
Préciser à quelles valeurs de m $(m > 0)$ correspondent ces résultats.

2. On suppose $m \neq 0$; retrouver les différentes formes des courbes (C) en étudiant algébriquement les variations de la fonction

$$y = \sqrt{m^2x^2 - 2x + 1}$$

Étude des asymptotes des courbes représentatives.
Montrer que toutes les courbes (C) passent par un même point.

3. On considère les droites (D) d'équation $y = x - 1$ et (D') d'équation $y = -(x-1)$.
On oriente (D) et (D') dans le sens des y croissants. Soient A et A' leurs points d'intersection avec la droite d'équation $x = \dfrac{1}{2}$.

a. Deux points M et M' décrivent, sur les axes D et D', des divisions semblables dont A et A' sont deux points homologues $\left(\overline{AM} = k\overline{A'M'}\right)$, k étant un paramètre positif; pour chaque valeur de k, on considère la similitude qui fait passer de $\overrightarrow{AM}$ à $\overrightarrow{A'M'}$.
Quel est l'angle de cette similitude?
Lieu du centre de la similitude lorsque k varie.

b. Que devient cette similitude dans le cas particulier où le centre est sur Ox?
Montrer que, dans l'un des cas, l'enveloppe de MM' est une des courbes (C_1) de (1).

N. B. Les questions **1.**, **2.**, **3.** peuvent être traitées indépendamment.