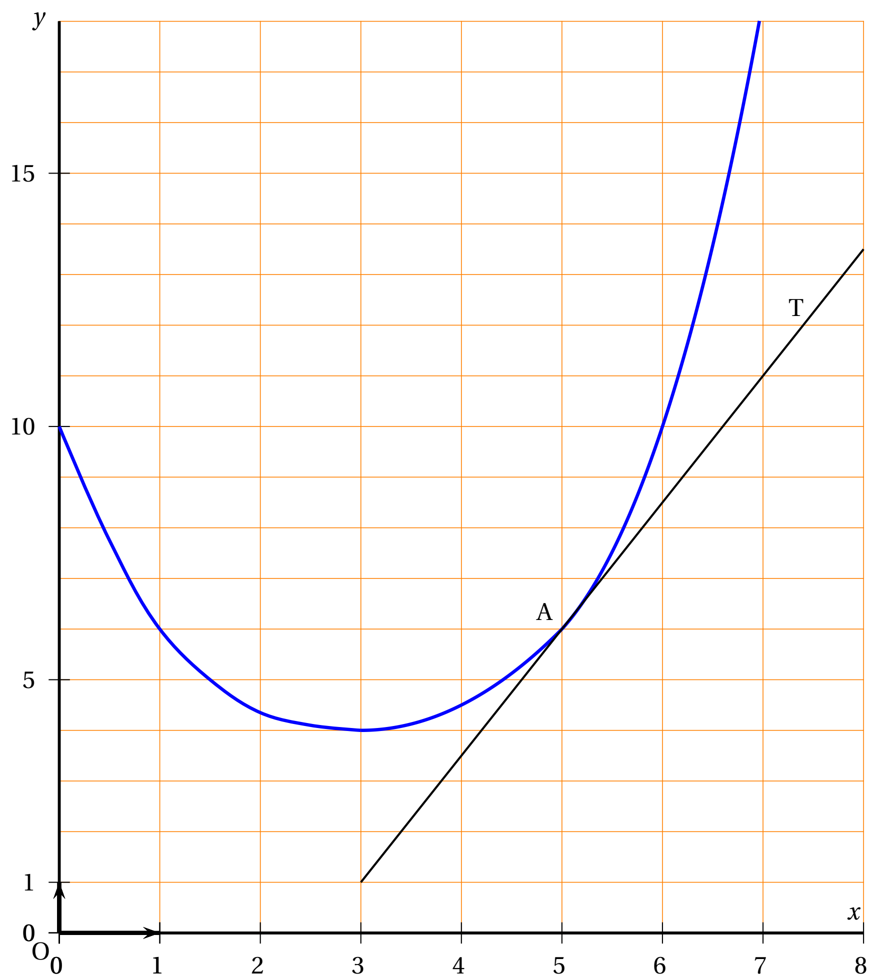
Baccalauréat ES Asie juin 2003

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un phénomène économique est modélisé par une fonction f représentée graphiquement par une courbe $(\mathscr{C})$ dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Une partie de $(\mathscr{C})$ est donnée ci-dessous.



On donne aussi le tableau de valeurs suivant :

x	0	3	7	8	9	10
$f(x)$	10	4	20	49,5	149	546

On suppose que la fonction f ainsi représentée est continue et dérivable sur $[0 ; 10]$ et strictement croissante sur $[3 ; 10]$

On note f' sa fonction dérivée.

La droite T est la tangente à $(\mathscr{C})$ en son point A d'abscisse 5 ; elle passe aussi par le point de coordonnées $(7 ; 11)$.

$(\mathscr{C})$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 3.

1. En utilisant ces informations :

a. Reproduire et compléter le tableau ci-contre :

x	3	5
$f(x)$	4	
$f'(x)$		

b. Dresser le tableau des variations de f sur $[0\,;\,10]$; indiquer aussi le signe de $f'(x)$ sur cet intervalle. Justifier.

c. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 6$.

Utiliser le graphique pour donner des valeurs approchées des solutions à 0,5 près.

2. On considère la fonction g définie pour tout x de $[0\,;\,10]$ par : $g(x) = \ln[f(x)]$.

a. Étudier les variations de g et dresser le tableau des variations de g sur $[0\,;\,10]$.

b. À l'aide du graphique de la question 1, donner une solution approchée, dans l'intervalle $[0\,;\,10]$, de l'équation $g(x) = 3$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice les résultats approchés seront donnés à 0,000 1 près.

Lors d'une épizootie, on s'est aperçu que si la maladie était diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal (avant que les symptômes apparaissent), on pouvait le guérir, sinon la maladie était mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon bien connu d'animaux dont 1 % sont porteurs de la maladie. On obtient les résultats suivants :

— si un animal est malade, le test est positif dans 85 % des cas ;

— si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

On note :

— M l'évènement : « L'animal est atteint par la maladie » ;

— E l'évènement : « Le test est positif » ;

— N l'évènement : « Le test est négatif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.
2. Un animal est choisi au hasard.
   a. Quelle est la probabilité qu'il soit malade et que son test soit positif ?
   b. Vérifier que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058 0.
3. Un animal est choisi parmi ceux dont le test est positif, quelle est la probabilité pour qu'il soit malade ?
4. On choisit 5 animaux au hasard, dans un troupeau suffisamment important pour que les épreuves puissent être considérées comme indépendantes et que les tirages puissent être assimilés à des tirages avec remise.

   Quelle est la probabilité pour qu'au moins un des cinq ait un test positif ?
5. Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant un test positif est de 100 euros et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test ayant développé la maladie est de 1 000 euros. On suppose que le test est gratuit.

   D'après les données précédentes, la loi de probabilité du coût à engager par animal subissant le test est donnée par le tableau suivant :

Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058	0,001 5

   Un éleveur possédant un troupeau de 2 000 bêtes vous demande une prévision du coût à engager à la suite d'un passage du test à tout le troupeau ; quelle réponse proposez-vous ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

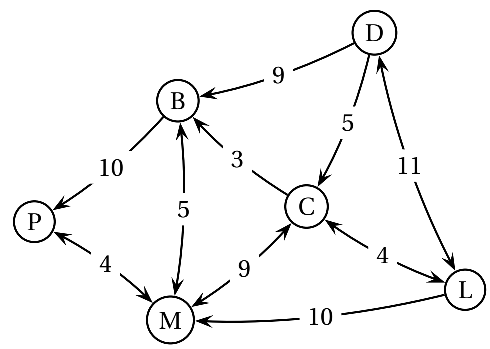
Dans la ville de GRAPHE, on s'intéresse aux principales rues permettant de relier différents lieux ouverts au public, à savoir la mairie (M), le centre commercial (C), la bibliothèque (B), la piscine (P) et le lycée (L). Chacun de ces lieux est désigné par son initiale. Le tableau ci-dessous donne les rues existant entre ces lieux.

	B	C	L	M	P
B		•		•	•
C	•		•	•	
L		•		•	
M	•	•	•		•
P	•			•	

1. Dessiner un graphe représentant cette situation.
2. Montrer qu'il est possible de trouver un trajet empruntant une fois et une seule toutes les rues de ce plan. Justifier. Proposer un tel trajet.

   Est-il possible d'avoir un trajet partant et arrivant du même lieu et passant une fois et une seule par toutes les rues ?

3. Dimitri habite dans cette ville ; le graphe ci-contre donne le **nouveau** plan du quartier avec les sens de circulation dans les différentes rues et le temps de parcours entre les différents lieux.

   Dimitri désire prendre sa voiture pour se rendre de son domicile noté D jusqu'à la piscine.

   Proposer un trajet le plus court possible lui permettant de se rendre de son domicile à la piscine.

   La réponse proposée devra être justifiée par un algorithme.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Étude statistique

Le but de ce problème est de modéliser l'évolution de la cotation d'une action en Bourse.
On ne fera qu'un seul dessin qui sera compété tout au long des différentes questions.
Les parties sont indépendantes.
La société « T–E S » est entrée en Bourse en 1995. Le tableau suivant donne la valeur d'une action en euros le 1^er^ janvier de chaque année.

Année	1995	1996	1997	1998	1999
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Valeur de l'action en euros y_i	32	57	78	90	110

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;\,y_i)$, le plan étant rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 10 euros sur l'axe des ordonnées).
2. Le graphique permet d'envisager un ajustement affine.
   a. Calculer les coordonnées du point moyen G. Placer ce point sur le graphique précédent.
   b. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x (les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés).
   c. En supposant que ce modèle reste valable jusqu'en 2003, quelle serait la valeur, en euros, d'une action de cette société en 2003 ?
3. En fait, suite à un retournement de tendance, la valeur de l'action a commencé à baisser à partir de 1999 comme le montre le tableau suivant (valeur au 1er janvier)

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	4	5	6	7	8
Valeur de l'action en euros y_i	110	50	23	15	11

   a. Compléter le nuage de points à l'aide de ces nouvelles valeurs.
   b. Expliquer pourquoi l'ajustement précédent ne semble pas pertinent.

Partie B

Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$\left\{\begin{array}{lcll} f(x) & = & 18,9x+35,6 & \text{si} \quad x\in]0\,;\,4[\\ f(x) & = & \mathrm{e}^{-0,58x+6,85} & \text{si} \quad x\in]14\,;\,+\infty[\end{array}\right.$$

On suppose que f modélise l'évolution du cours de l'action à partir de l'année 0.

1. **a.** Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;\,4]$.
   b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.
   Étudier les variations de f sur $]4\,;\,+\infty[$ puis dresser son tableau de variations sur cet intervalle.
2. Tracer la courbe Γ représentative de la fonction f sur le graphique précédent.
   f est-elle continue sur $[0\,;\,+\infty[$?
3. Calculer, arrondie au centième, la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[5\,;\,10]$.
   On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction f sur l'intervalle $[a\,;\,b]$ est égale à
   $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
   Interpréter ce résultat.
4. Résoudre l'inéquation : $f(x) \leqslant 1,5$.
   À partir de quelle année la valeur de l'action sera-t-elle inférieure à 1,50 euro ?