

Durée : 4 heures

⌘ Baccalauréat S Asie juin 1999 ⌘

Exercice 1

4 points

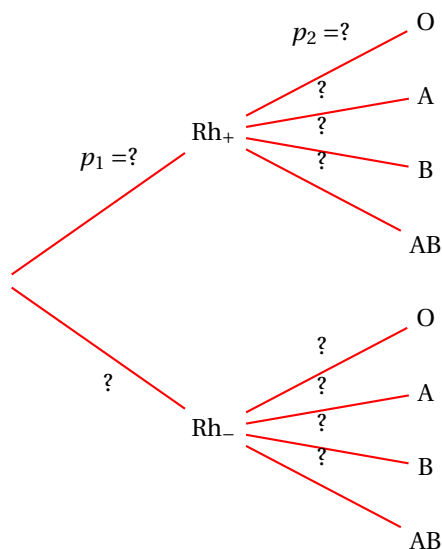
Commun à tous les candidats

Voici le tableau de répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France :

	O	A	B	AB
Rhésus +	35,0 %	38,1 %	6,2 %	2,8 %
Rhésus -	9,0 %	7,2 %	1,2 %	0,5 %

Dans cet exercice, les résultats numériques demandés seront, s'il y a lieu, arrondis à trois décimales.

1. L'objectif de cette question est de compléter à l'aide de données de ce tableau l'arbre suivant, à recopier sur la copie.



L'expérience consiste à choisir une personne au hasard dans la population donnée (les habitants de la France).

On note $Rh+$ l'évènement « La personne a le facteur $Rh+$ ».

On note O l'évènement « La personne appartient au groupe O ».

- a. Déterminer la probabilité p_1 c'est-à-dire $p(Rh+)$.
On détaillera le calcul effectué puis on reportera ce résultat dans l'arbre.
Déterminer de même la probabilité p_2 (en détaillant les calculs).
 - b. Compléter le reste de l'arbre, en remplaçant chaque point d'interrogation par la probabilité correspondante (il est inutile de détailler les nouveaux calculs).
2. a. Comment peut-on, à partir de l'arbre complété, déterminer la probabilité de O ?
Vérifier ce résultat à partir du tableau.
b. Quelle est la probabilité pour qu'une personne appartenant au groupe O ait le facteur $Rh+$?
 3. a. On considère n personnes choisies au hasard dans la population donnée (les habitants de la France).
Calculer, en fonction de n , la probabilité p pour qu'il y ait, parmi elles, au moins une personne du groupe O .
b. Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle on a $p \geq 0,999$.

Exercice 2**5 points****Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

1. Pour tout nombre Z , on pose $P(Z) = Z^4 - 1$.
 - a. Factoriser $P(Z)$.
 - b. En déduire les solutions dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes de l'équation $P(Z) = 0$, d'inconnue Z .
 - c. Déduire de la question précédente les solutions dans \mathbb{C} de l'équation d'inconnue z :

$$\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1.$$

2. a. Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) (l'unité graphique est 5 cm).
Placer les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = -2, b = -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i \text{ et } c = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$$

- b. Démontrer que les points O, A, B et C sont situés sur un cercle, que l'on déterminera.
3. Placer le point D d'affixe $d = -\frac{1}{2}$.

Exprimer sous forme trigonométrique le nombre complexe z' défini par :

$$z' = \frac{a-c}{d-c}.$$

En déduire le rapport $\frac{CA}{CD}$.

Quelle autre conséquence géométrique peut-on tirer de l'expression de z' ?

Exercice 2**5 points****Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

1. On considère l'équation $(E) : 8x + 5y = 1$, où $(x; y)$ est un couple de nombres entiers relatifs.
 - a. Donner une solution particulière de l'équation (E) .
 - b. Résoudre l'équation (E) .
2. Soit N un nombre naturel tel qu'il existe un couple $(a; b)$ de nombres entiers vérifiant :

$$\begin{cases} N = 8a + 1 \\ N = 5b + 2. \end{cases}$$
 - a. Montrer que le couple $(a; b)$ est solution de (E) .
 - b. Quel est le reste, dans la division de N par 40 ?
3. a. Résoudre l'équation $8x + 5y = 100$, où $(x; y)$ est un couple de nombres entiers relatifs.
 - b. Au VIII^e siècle, un groupe composé d'hommes et de femmes a dépensé 100 pièces de monnaie dans une auberge. Les hommes ont dépensé 8 pièces chacun et les femmes 5 pièces chacune. Combien pouvait-il y avoir d'hommes et de femmes dans le groupe ?

Problème**11 points****Commun à tous les candidats**

L'objet de ce problème est de résoudre une équation différentielle, d'en étudier une fonction solution et de calculer des aires.

Partie A

Résolution de l'équation différentielle $(E) : y' + y = x - 1$

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_1^x e^t(t-1) dt$.
2. Soit z une fonction dérivable sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels. On pose $f(x) = z(x)e^{-x}$.
 - a. Montrer que la fonction f est solution de (E) si, et seulement si, pour tout x de \mathbb{R} , $z'(x) = e^x(x-1)$.
 - b. À l'aide de la première question, déterminer toutes les fonctions z vérifiant, pour tout x de \mathbb{R} , $z'(x) = e^x(x-1)$.

Partie B**Étude d'une fonction**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x - 2 + e^{1-x}.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 1 cm).

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f .

1.
 - a. Étudier le sens de variations de f
 - b. Préciser $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2.
 - a. Montrer que la droite (D), d'équation $y = x - 2$, est asymptote à la courbe (C_f) .
 - b. Préciser la position de (C_f) par rapport à (D).
3. Tracer (D) et (C_f) .

Partie C**Calcul d'aires**

Soit x_0 un nombre réel strictement positif.

1. On considère le domaine limité par la courbe (C_f) , son asymptote (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = x_0$.
Exprimer, à l'aide de x_0 l'aire S_1 de ce domaine.
2. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^{1-x}$, dont on trouvera la courbe représentative (C_g) en annexe. Donner une interprétation, en terme d'aire, de l'intégrale ayant servi au calcul de S_1 à l'aide de la courbe (C_g) .
3. A est le point de coordonnées $(x_0 ; 0)$.
B est le point de la courbe (C_g) d'abscisse x_0 .
Soit (T) la tangente à la courbe (C_g) au point d'abscisse x_0 . C est le point d'intersection de (T) et de l'axe des abscisses. Déterminer les coordonnées de C.
4. Calculer (en unités d'aire) l'aire S_2 du triangle ABC.
Vérifier que $S_1 + 2S_2 = 0$.

Annexe 1

Courbe représentative (C_g) de la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^{1-x}$

