# Baccalauréat A1 et B Asie juin 1994

**EXERCICE 1** **4 points**

Un jeu consiste à lancer simultanément deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6 (un dé vert et un dé rouge), et à lire les points marqués sur chacune des faces supérieures. Chaque face a la même probabilité d'apparaître.
Les résultats sont donnés sous la forme d'un couple, le premier nombre correspondant aux points marqués sur le dé vert. Par exemple : $(2; 5)$ signifie 2 sur la face supérieure du dé vert et 5 sur celle du dé rouge. La somme $S$ des points marqués est alors 7.

1. Combien y a-t-il de couples possibles ?
2. **a.** Quelle est la probabilité $p_1$ pour que la somme S des points marqués soit un multiple de 5 ?

   **b.** Quelle est la probabilité $p_2$ pour que la somme S des points marqués soit un multiple de 2 qui ne soit pas multiple de 5 ?
3. Un joueur gagne 3 F si la somme S est un multiple de 5 et 2 F si S est un nombre pair qui n'est pas multiple de 5. Il perd 4 F dans les autres cas. On appelle $X$ la variable aléatoire représentant en francs la somme gagnée ou perdue ($X > a$ si le joueur gagne, $X < a$ si celui-ci perd).

   Déterminer la loi de probabilité de $X$ et l'espérance mathématique $\text{E}(X)$.

   Le jeu est-il avantageux pour le joueur ?

**EXERCICE 2 SÉRIE B** **4 points**

Le tableau suivant représente l'indice des prix à la consommation.

| Année $x$ | 1970 | 1972 | 1974 | 1976 | 1978 | 1980 | 1982 | 1983 | 1984 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Indice $y$ | 100,0 | 112,0 | 136,7 | 167,5 | 199,8 | 251,8 | 316,1 | 345,5 | 371,8 |

*(Source : INSEE.)*

1. **a.** Représenter le tableau par un nuage de points dans un repère orthogonal (on prendra 1 cm pour représenter 2 années sur l'axe des abscisses et 1 cm pour représenter 20 points d'indice sur l'axe des ordonnées).

   **b.** Calculer les coordonnées du point moyen à $10^{-1}$ près.
2. **a.** Calculer le coefficient de corrélation linéaire à $10^{-3}$ près. L'interpréter.

   **b.** Rechercher, en utilisant la méthode des moindres carrés, une droite d'ajustement linéaire $y = ax + b$.

   Tracer cette droite dans le repère précédent (aucun tableau de calcul n'est exigé ; les coefficients $a$ et $b$ seront donnés à $10^{-1}$ près mais tous les calculs intermédiaires devront être effectués avec la précision de la calculatrice).

   **c.** Quel indice aurait-on pu prévoir pour 1988 avec cet ajustement ?

**PROBLÈME** **12 points**

Soit la fonction $f$ définie sur $]-\infty ; 1]$ par :

$$f(x) = (5x-2)\text{e}^x - 3x - 2.$$

Le plan P est rapporté à un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique 2 cm sur (O$x$) et 1 cm sur (O$y$).

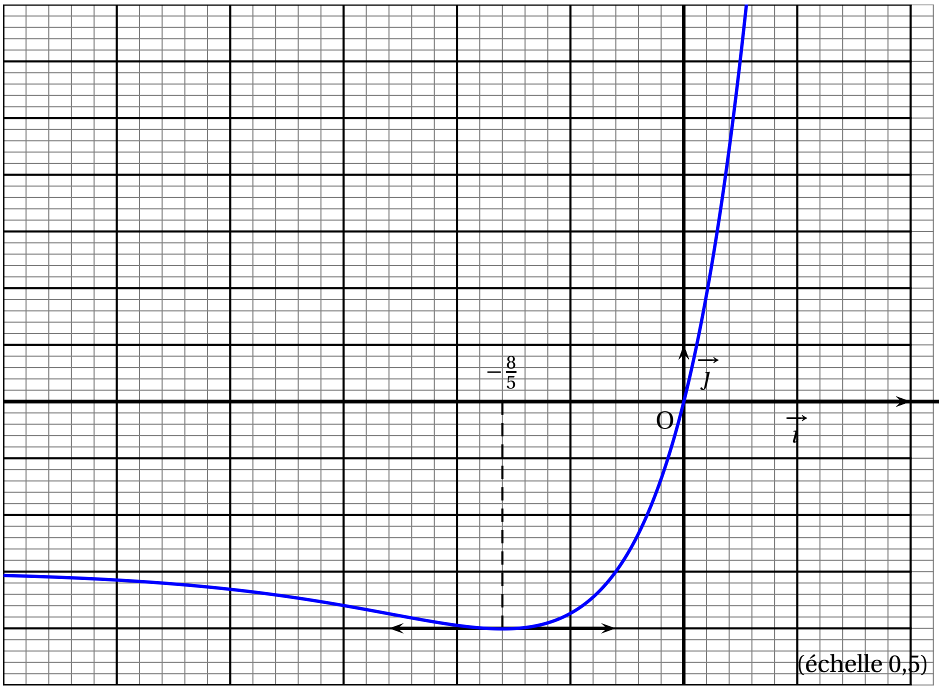
C est la courbe représentative de $f$ dans ce repère.
Le but de ce problème est l'étude de $f$ et le calcul d'une aire liée à $f$.

**PARTIE A**
**Étude d'une fonction auxiliaire**

Soit $g$ la fonction définie sur $]-\infty\,;\,1]$ par

$$g(x) = (5x+3)\mathrm{e}^x - 3$$

et représentée ci-dessous par la courbe $\Gamma$.




Utiliser le graphique pour :

1. Donner le signe de $g(x)$.
2. Donner la limite de $g$ lorsque $x$ tend vers $(-\infty)$ sachant que la droite d'équation $y = -3$ est une asymptote à la courbe.
3. Construire le tableau de variation de $g$ en précisant la valeur exacte et une valeur approchée à $10^{-2}$ près du minimum.

**PARTIE B**
**Étude de *f***

1. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = g(x)$. En déduire le signe de $f'(x)$ en fonction de $x$.
2. Déterminer la limite de $f$ en $(-\infty)$ et dresser le tableau de variation de $f$.
3. Montrer que la droite $\Delta$ d'équation $y = -3x-2$ est une asymptote à la courbe C lorsque $x$ tend vers $(-\infty)$.
4. Étudier les positions relatives de C et de $\Delta$.
5. Tracer, dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ la droite $\Delta$ et la courbe C.

**PARTIE C**
**Calcul d'aire**

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale :

$$I = \int_{-3}^{-2} (5x-2)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x.$$

2. En déduire l'aire A en cm$^2$ du domaine limité par la courbe, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = -3$ et $x = -2$.
Le résultat sera donné à $10^{-2}$ près.