Baccalauréat ES Asie juin 2001

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans une kermesse, un jeu est organisé de la façon suivante : le joueur mise 10 francs puis il réalise un tirage en deux étapes :

1re étape : Le joueur tire au hasard un billet dans un panier. Dans ce panier, on a placé 10 billets marqués « U_1 » et 2 billets marqués « U_2 ».
2e étape :
— Si le joueur a obtenu un billet marqué « U_1 », il tire alors un jeton dans une urne U_1 où sont placés 10 jetons marqués « Perdant » et 2 jetons marqués « Gagnant ».
— Si le joueur a obtenu un billet marqué « U_2 », il tire alors un jeton dans une urne U_2 où sont placés 7 jetons marqués « Perdant » et 5 jetons marqués « Gagnant ».

On note A l'évènement : Le joueur a tiré un billet « U_1 ».
On note B l'évènement : Le joueur a tiré un billet « U_2 ».
On note G l'évènement : Le joueur a tiré un jeton marqué « Gagnant ».
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

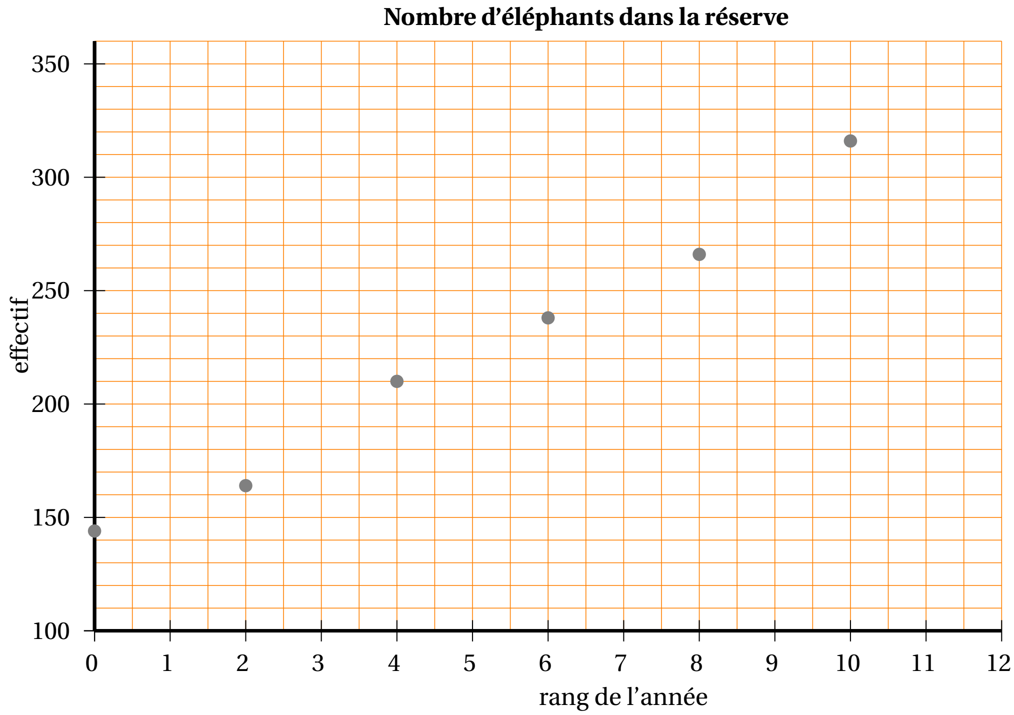
1. Construire un arbre pondéré qui décrit ce jeu.
2. Calculer la probabilité des évènements $(G \cap A)$ et $(G \cap B)$.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement G est égale à $\dfrac{5}{24}$.
4. Quelle est la probabilité conditionnelle de l'évènement A par rapport à l'évènement G ?
   Les évènements A et G sont-ils indépendants en probabilité ?
5. Avec un jeton gagnant de l'urne U_1, le joueur reçoit 25 F ; avec un jeton gagnant de l'urne U_2, il reçoit 50 F ; sinon rien. On notera X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur à l'issue du jeu.
   a. Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b. Établir la loi de probabilité de X.
   c. Déterminer son espérance mathématique.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant représente l'évolution du nombre d'éléphants dans une réserve, à partir de sa création en 1988 :

Année	1988	1990	1992	1994	1996	1998
Rang de l'année : x_i	0	2	4	6	8	10
Effectif : y_i	144	164	210	238	266	316

Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique est représenté en annexe.
Ce dernier document sera complété au fur et à mesure et rendu avec la copie.
L'objet de l'exercice est de faire des prévisions sur l'effectif de la population d'éléphants de cette réserve pour l'année 2000.
Ces prévisions seront arrondies à l'entier le plus proche.
Aucun détail des calculs statistiques, à effectuer à la calculatrice, n'est demandé dans cet exercice.
Les coefficients des équations de droites seront arrondis au centième.



Partie A

Un premier ajustement affine du nuage de points est réalisé avec la droite $\Delta_1 = (M_0M_{10})$.

1. Tracer sur le graphique de l'annexe cette droite Δ_1.
2. Au moyen d'une lecture graphique, déduire une prévision p_1 de l'effectif pour l'année 2000.

Partie B

On désigne par (Δ_2) la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

1. Donner une équation de (Δ_2) et tracer cette droite sur le graphique joint en annexe.
2. Calculer la nouvelle prévision p_2 pour l'effectif en l'an 2000.

Partie C

L'effectif pour l'année 1999 est maintenant connu : 336 éléphants.

1. Placer le nouveau point sur le graphique.
2. On intègre cette valeur dans la série statistique initiale.
   a. Donner l'équation de la nouvelle droite (Δ_3) de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. Calculer la prévision correspondante p_3 pour l'effectif en l'an 2000.

Partie D

On ne garde dans le tableau que les valeurs des années 1994 à 1999.

1. Donner l'équation de la droite (Δ_4) de régression de y en x.
2. Calculer la nouvelle prévision p_4 pour l'an 2000.

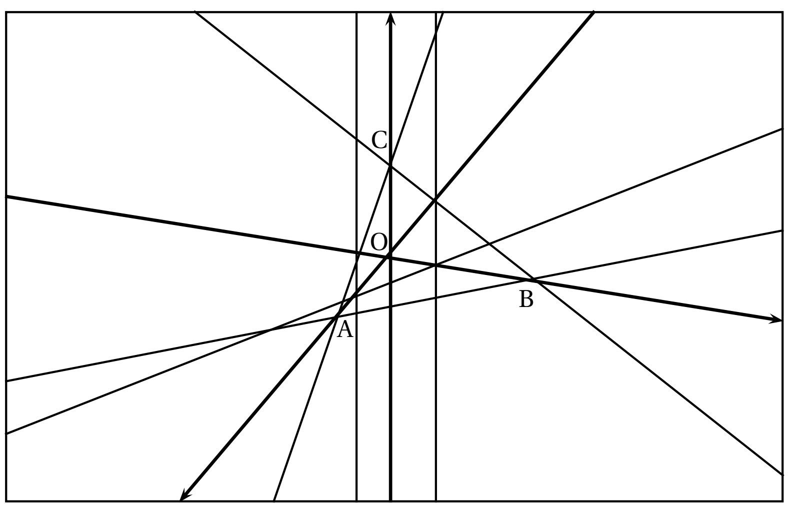
EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ orthonormal.
Représenter ce repère sur votre copie en prenant pour unité sur chaque axe 2 cm.
La qualité de cette représentation sera prise en compte. Le candidat pourra s'aider du graphique donné en annexe.

1. On donne le plan (P) d'équation $2x + 2y + 3z = 6$.
   a. Déterminer les coordonnées des points A, B, C intersections du plan (P) avec les axes du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
   b. Tracer les droites d'intersection du plan (P) avec les plans de coordonnées du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
2. On considère le plan (Q) d'équation $x + 2y = 2$.
   a. Déterminer les coordonnées des points d'intersections du plan (Q) avec les axes du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, quand ceux-ci existent.
   b. Tracer les droites d'intersection du plan (Q) avec les plans de coordonnées du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
   c. Tracer l'intersection des deux plans (P) et (Q).
3. On donne les points D(1 ; 0 ; 0), E(0 ; −4 ; 0) et F(0 ; 0 ; 4).
   a. Déterminer une équation du plan (R) qui contient les points D, E, F.
   b. Calculer les coordonnées du point G, intersection des trois plans (P), (Q) et (R).

Annexe



PROBLÈME **10 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x + 3 + \text{e}^{(-x+2)}.$$

On notera $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentation de f dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ orthonormal.
On prendra pour unité graphique 1 cm sur chaque axe.

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. Montrer l'existence d'une droite (D) asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_f)$. Donner une équation de (D).
3. Étudier les variations de la fonction f sur $[0~;~+\infty[$.
4. **a.** Tracer la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère défini plus haut.

   b. En utilisant le graphique, indiquer le nombre de solutions de l'équation E : $f(x) = 8$.
   Donner une valeur approchée de ces solutions avec la précision permise par le graphique.
5. Justifier que sur l'intervalle $[2~;6]$, l'équation E admet une solution unique α, dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-2}.
6. On appelle M la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1~;9]$.
   Calculer M, en donner une valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Partie B

Une entreprise industrielle produit chaque jour x centaines d'objets $(1 < x < 20)$.
Le coût de fabrication de x centaines d'objets est donné par $f(x)$ exprimé en milliers de francs.

1. Calculer le coût de fabrication de 600 objets, 1 000 objets, 1 200 objets, arrondi au franc.
   Quel est, dans chacun de ces cas, le coût arrondi au franc de fabrication d'un objet ?
2. Quelle quantité d'objets doit-on fabriquer pour que le coût de fabrication soit le plus proche possible de 8 000 F ?
3. Montrer que le coût de fabrication est minimal lorsque l'entreprise fabrique une quantité q_0 d'objets. Donner la valeur de q_0.
   Quel est alors le coût, en francs, de fabrication d'un objet ?