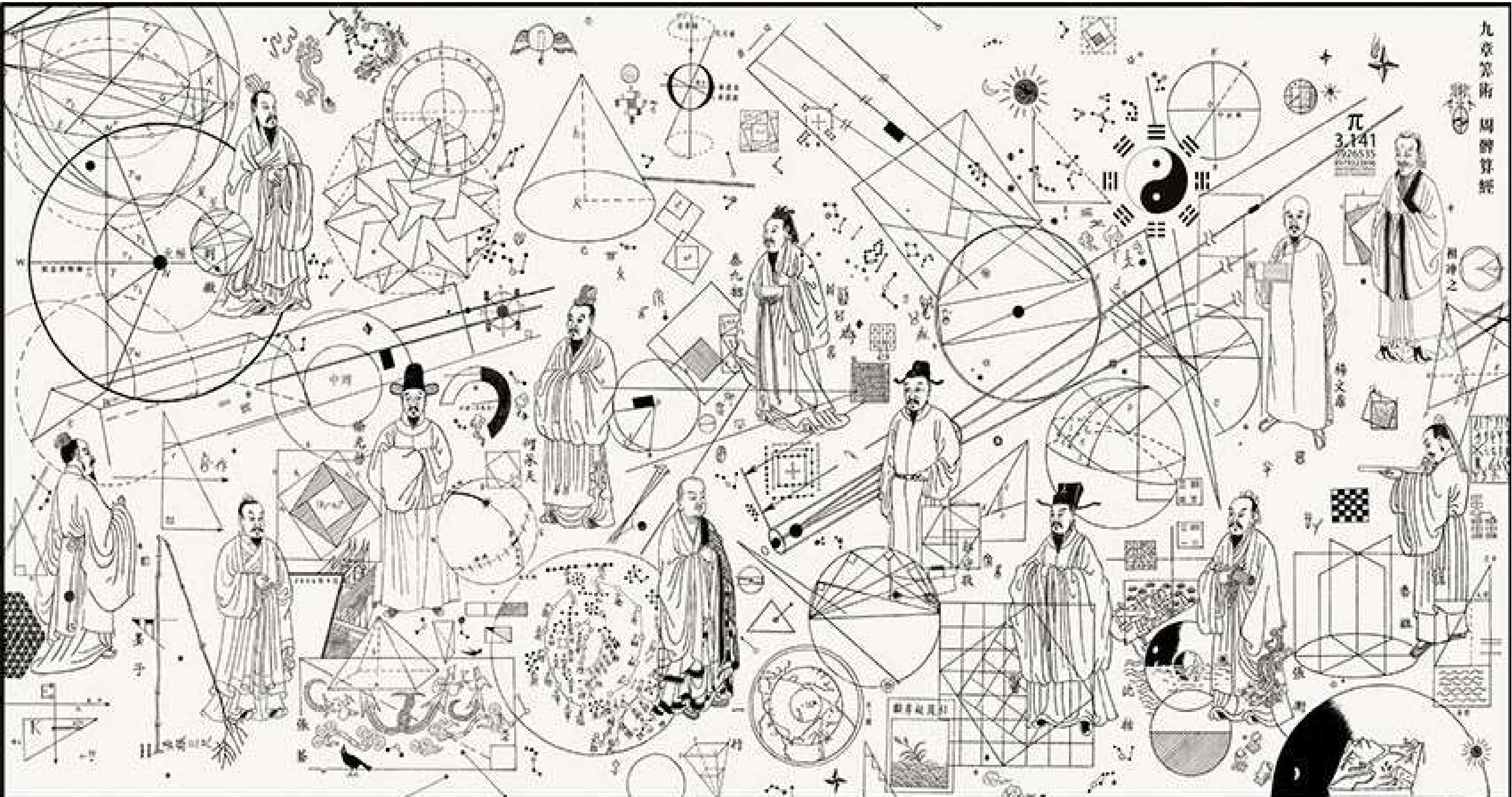
Variations chinoises sur le triangle rectangle



Journées régionales de l'APMEP
Grenoble, 27 Mars 2024

Groupe
« Histoire et Enseignement des Mathématiques »
de l'IREM de Grenoble

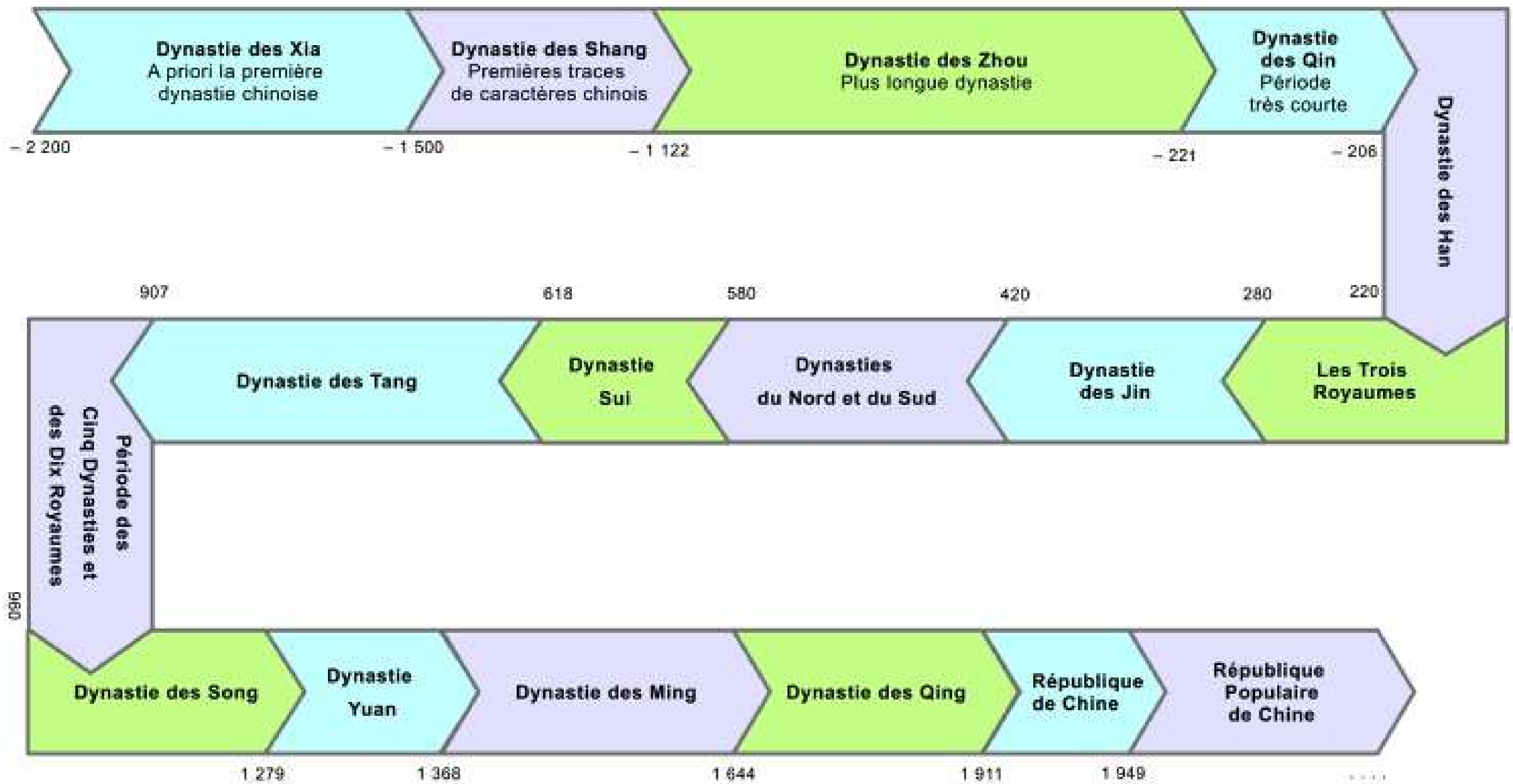
Jérome Capitan (Lycée l’Oiselet, Bourgoin-Jallieu)
Lamia Hassine (Lycée Mounier, Grenoble)
Anne Jorioz (Collège Le Beaufortain, Beaufort sur Doron)
Jean-Baptiste Meilhan (Institut Fourier, UGA)

Tout est disponible sur le blog

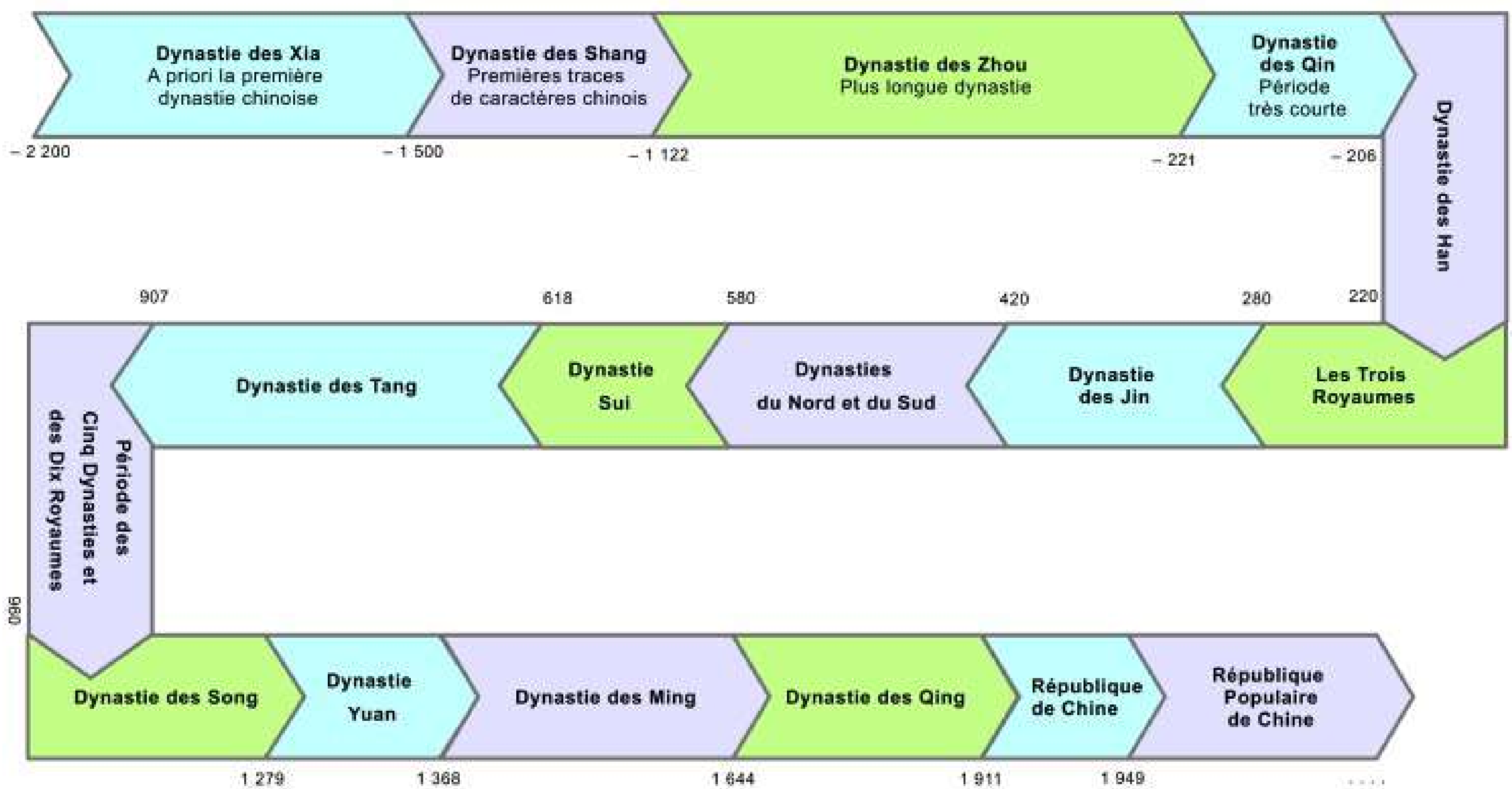
https://neufchap.hypotheses.org

(accessible depuis le site de l'IREM de Grenoble)

Aperçu historique

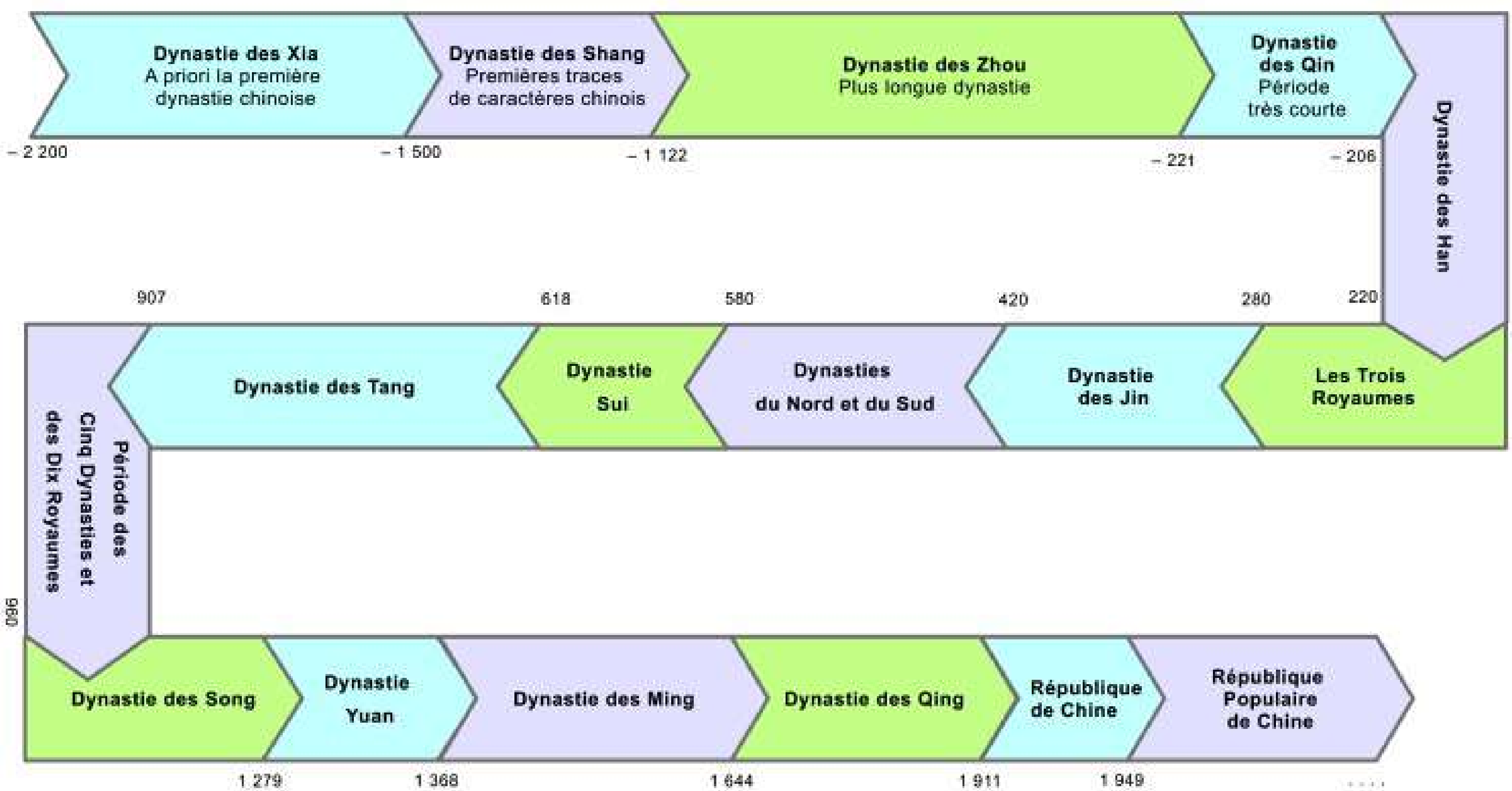


Os oraculaires
(env. -1200)



Os oraculaires
(env. -1200)

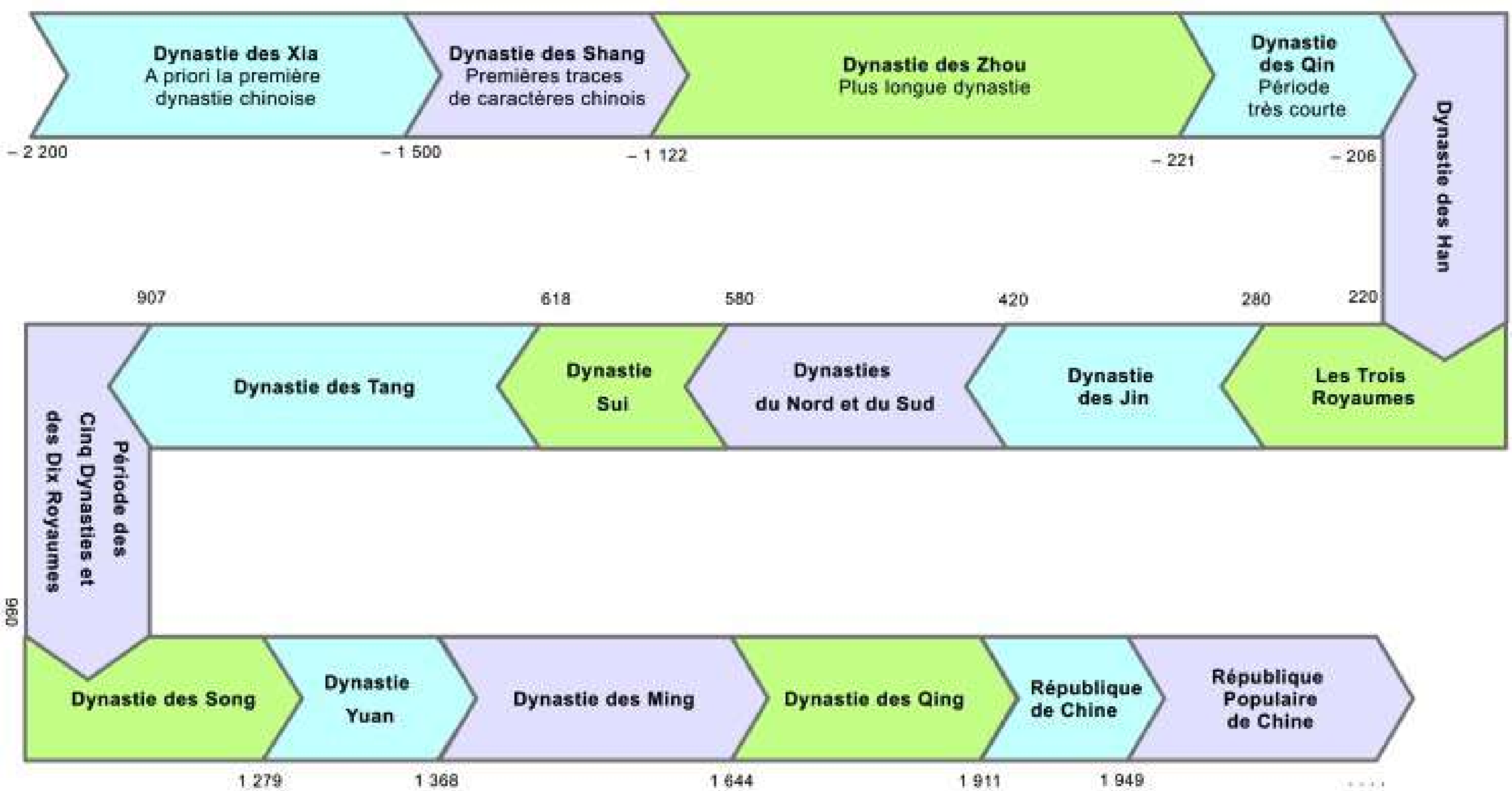
Confucius
(-550 à -479)



Os oraculaires
(env. -1200)

Confucius
(-550 à -479)

Royaumes combattants
(-480 à -222)

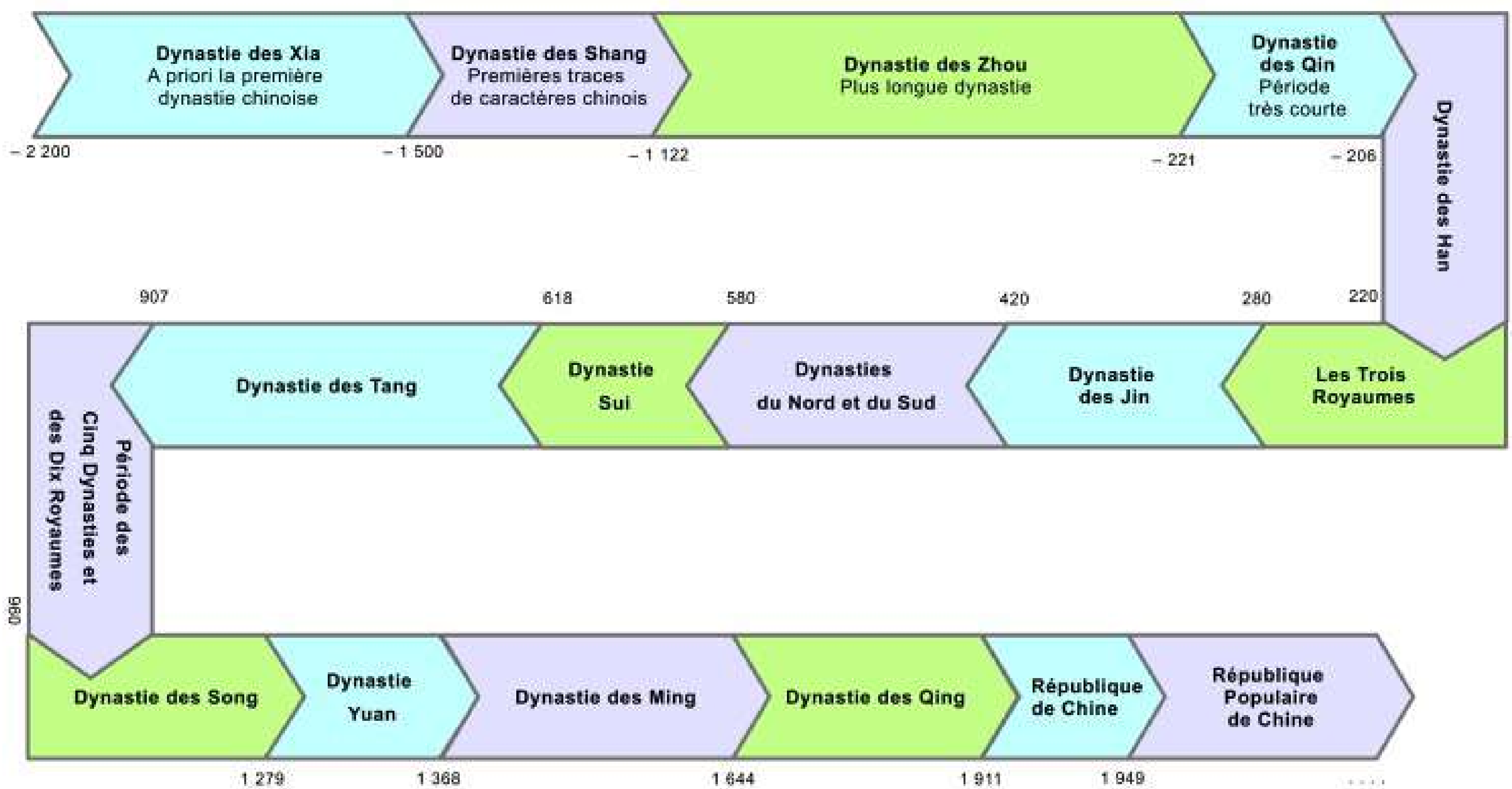


Os oraculaires
(env. -1200)

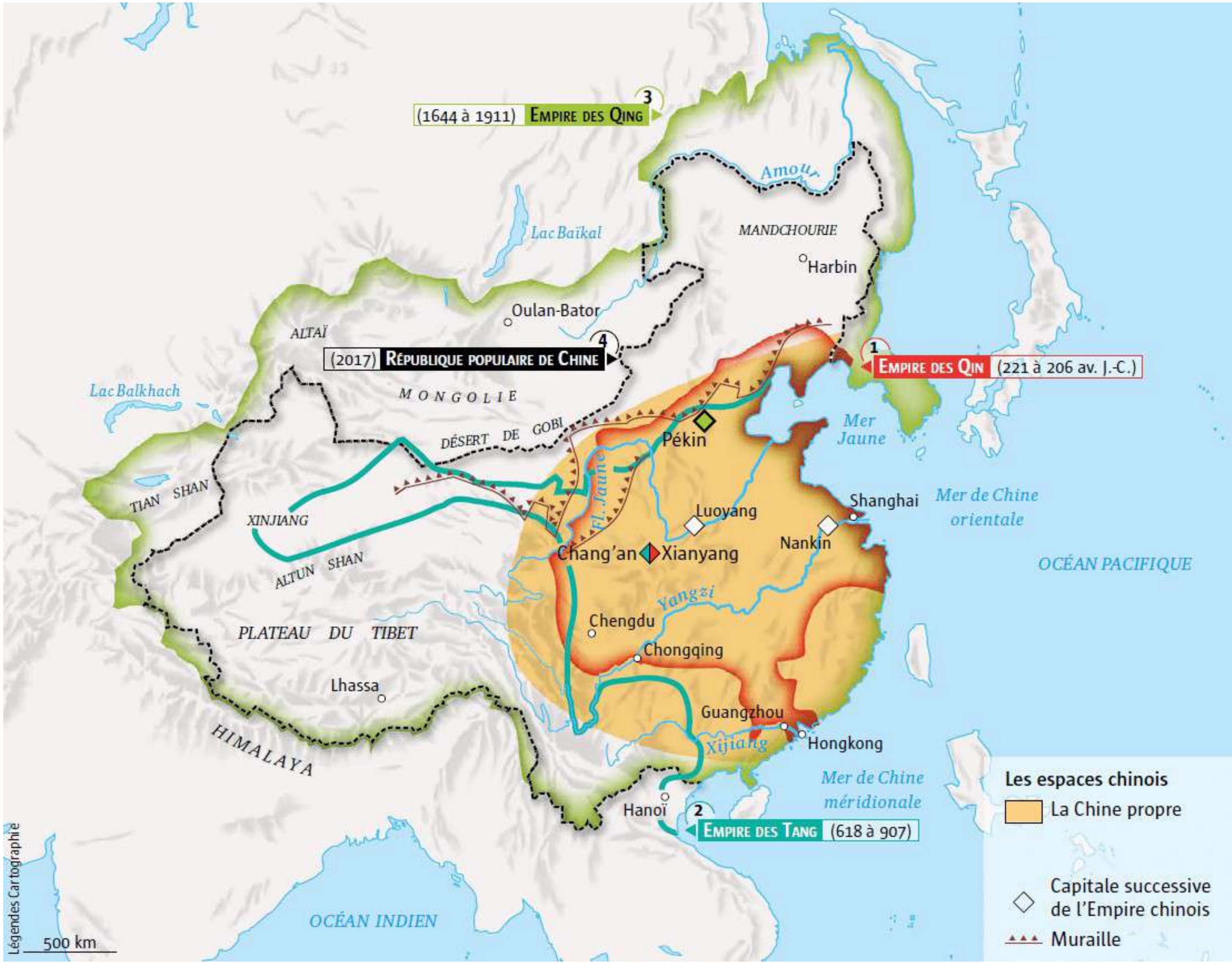
Confucius
(-550 à -479)

Royaumes combattants
(-480 à -222)

Qin Shi Huang
(-221 à -210)



La dynastie Qin
(-221 à -206)



La dynastie Qin
(-221 à -206)

-221 : Qin Shi Huang, premier empereur de Chine

Système féodal remplacé par administration
en 36 régions (… jusqu'en 1911)

Réforme/unification des systèmes de mesure,
de monnaie, d'écriture

Début de la construction de la grande muraille

La dynastie Qin
(-221 à -206)

-221 : Qin Shi Huang, premier empereur de Chine

Administration en 36 régions

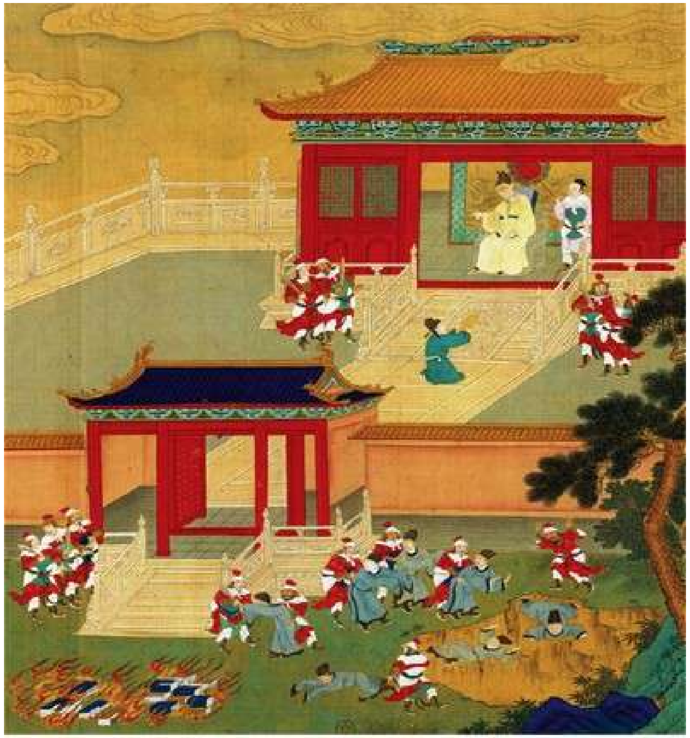
Réforme/unification (mesure, monnaie, écriture)

Début de la construction de la grande muraille

-213 : Autodafé, 460 lettrés enterrés vivants

Brûler les livres et enterrer les lettrés

La dynastie Qin
(-221 à -206)



-221 : Qin Shi Huang, premier empereur de Chine

Administration en 36 régions

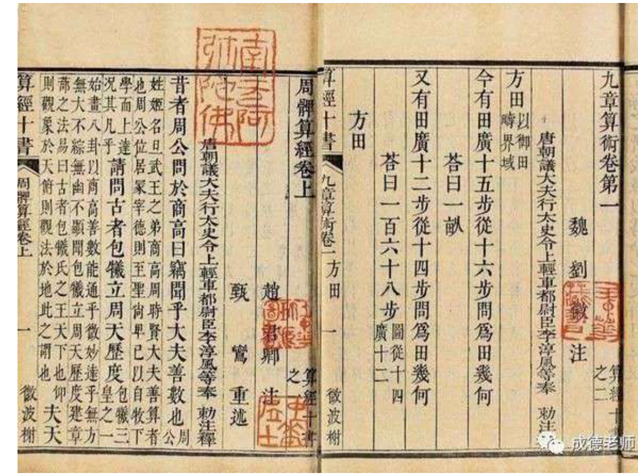
Réforme/unification (mesure, monnaie, écriture)

Début de la construction de la grande muraille

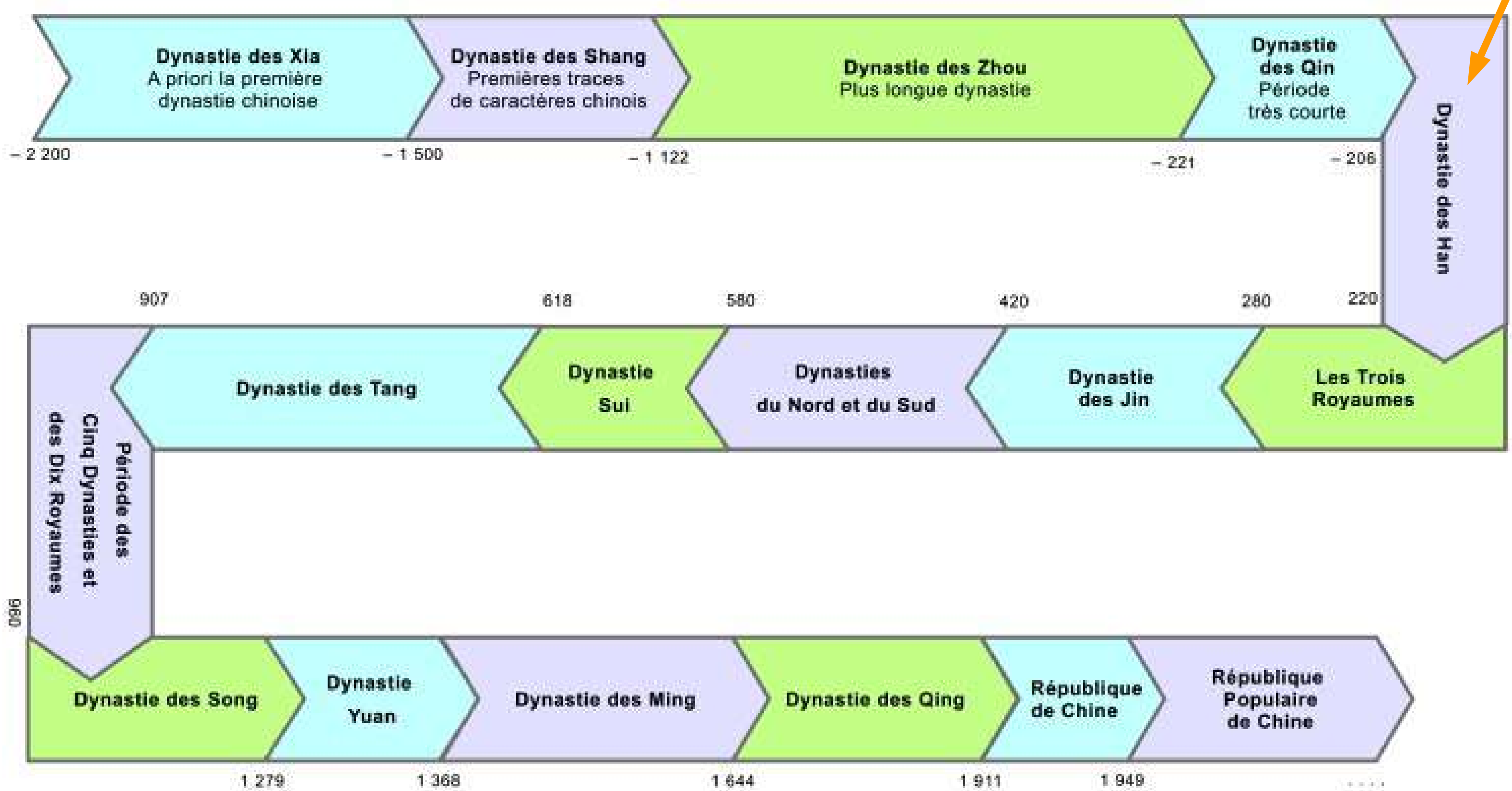
-213 : Autodafé, 460 lettrés enterrés vivants

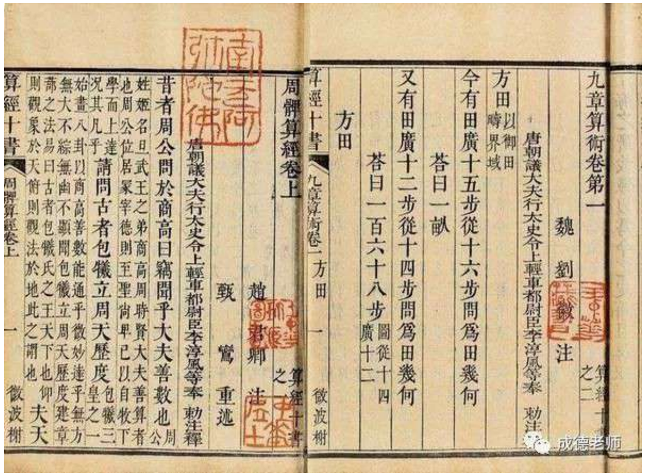
-210 : mort de Qin Shi Huang,
enfouissement de l'armée de Xi'an

-210 à -206 : déclin rapide de l'empire Qin
-206 : Dynastie des Han



Les Neuf Chapitres
(entre -200 et -100)

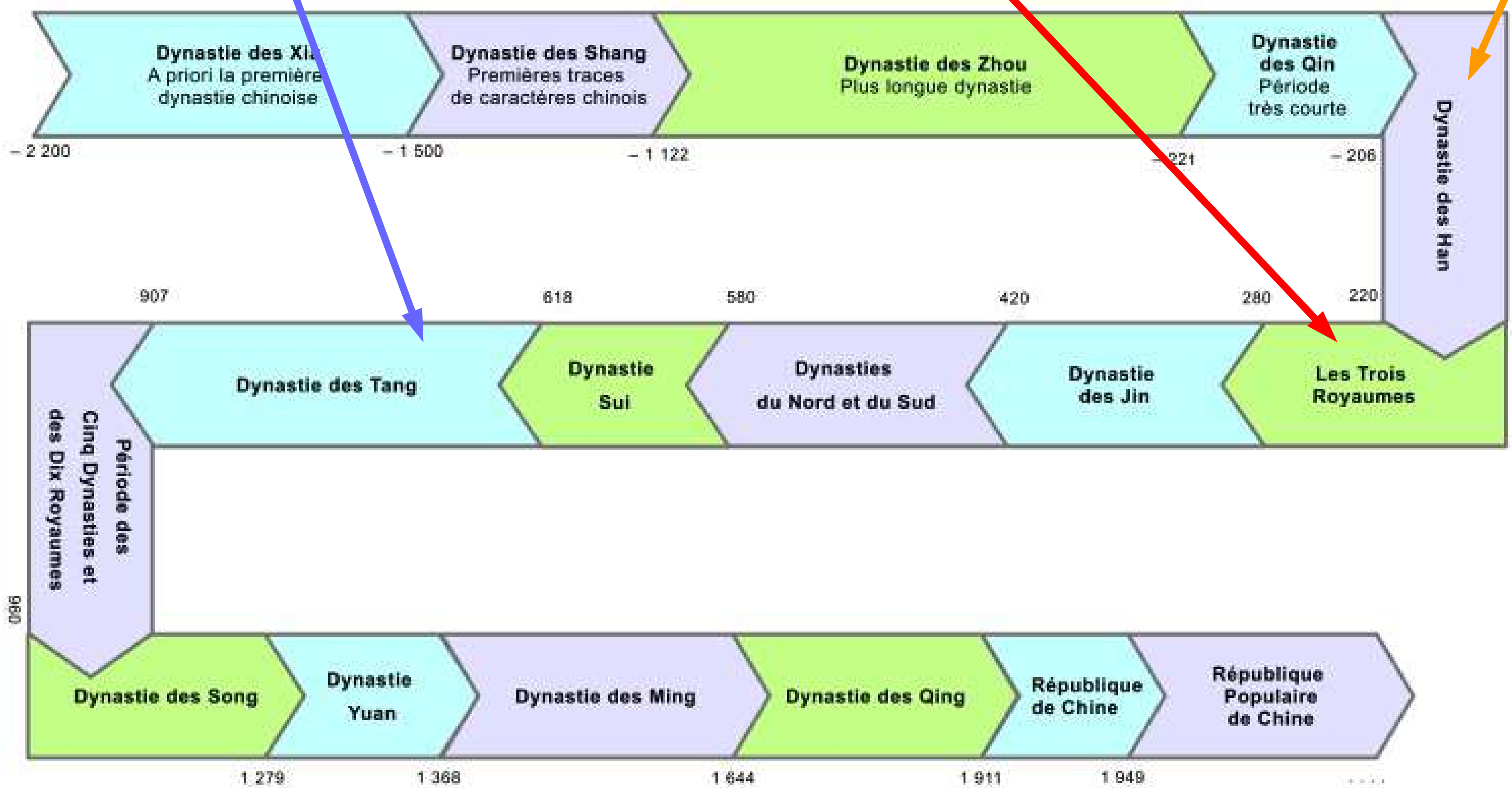


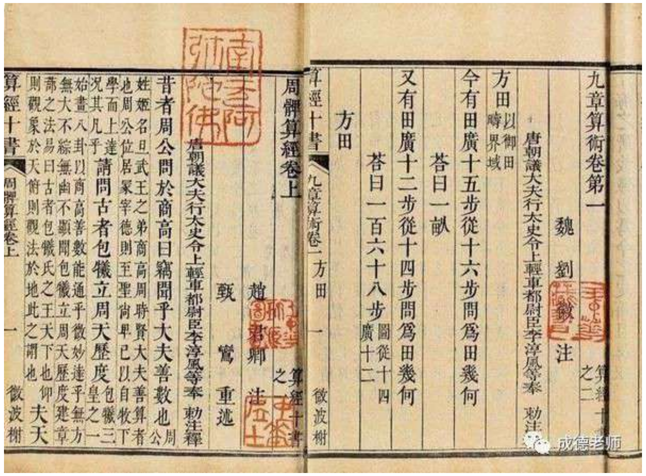


Commentaires de Li Chunfeng
(env. 656)

Commentaires de Liu Hui
(env. 263)

Les Neuf Chapitres
(entre -200 et -100)

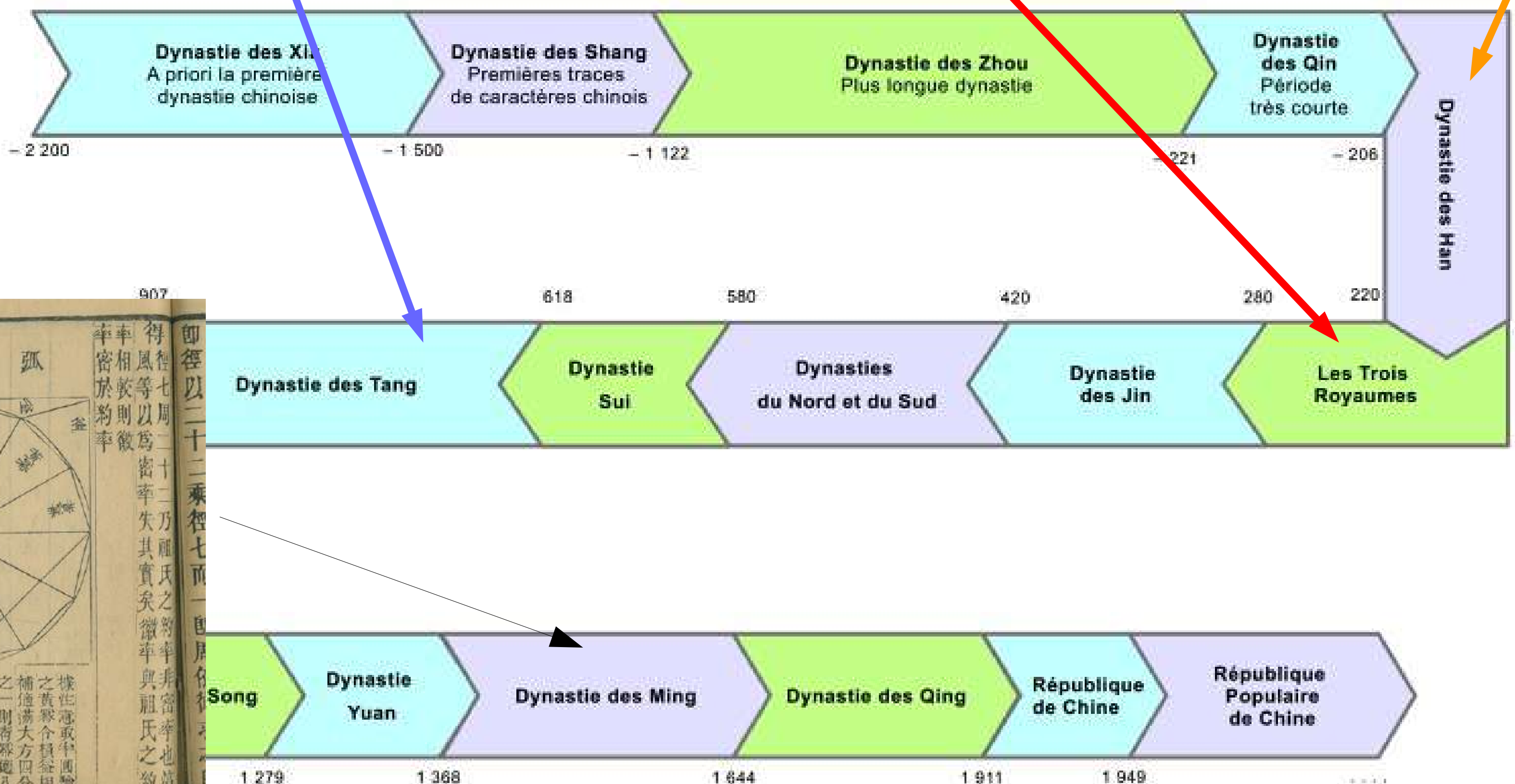


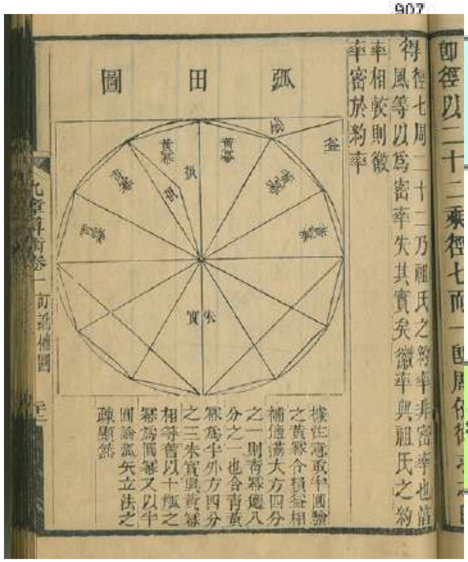


Les Neuf Chapitres
(entre -200 et -100)

Commentaires de Li Chunfeng
(env. 656)

Commentaires de Liu Hui
(env. 263)

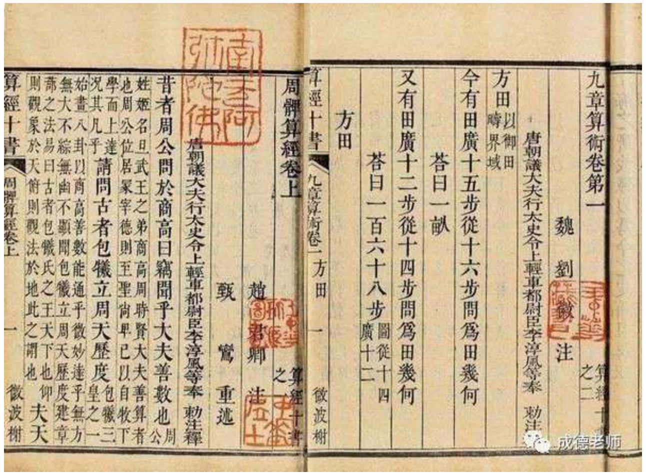




Liu Hui (劉徽)

IIIe siècle

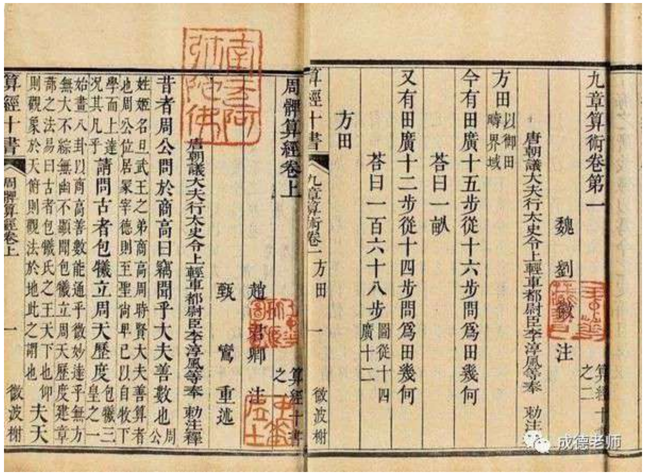
l’un des grands mathématiciens de la Chine antique


九章算術卷第一
魏 劉徽 注
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勑注釋
方田 以御田疇界域
今有田廣十五步從十六步問為田幾何
荅曰一畝
又有田廣十二步從十四步問為田幾何
荅曰一百六十八步 圖從十四廣十二
方田
算經十書 九章算術卷一 方田 一 微波榭

周髀算經卷上
趙 君卿 注
甄 鸞 重述
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勑注釋
昔者周公問於商高曰竊聞乎大夫善數也
請問古者包犧立周天歷度
算經十書 周髀算經卷上 一 微波榭

J’ai lu les Neuf Chapitres étant enfant, et je l’ai étudié en détails lorsque je fus plus âgé.

Liu Hui (劉徽)



九章算術卷第一

魏 劉徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勑注釋

方田 以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何

荅曰一畝

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何

荅曰一百六十八步

周髀算經卷上

趙君卿 注

甄鸞 重述

昔者周公問於商高曰竊聞乎大夫善數也

J'ai lu les Neuf Chapitres étant enfant, et je l'ai étudié en détails lorsque je fus plus âgé.

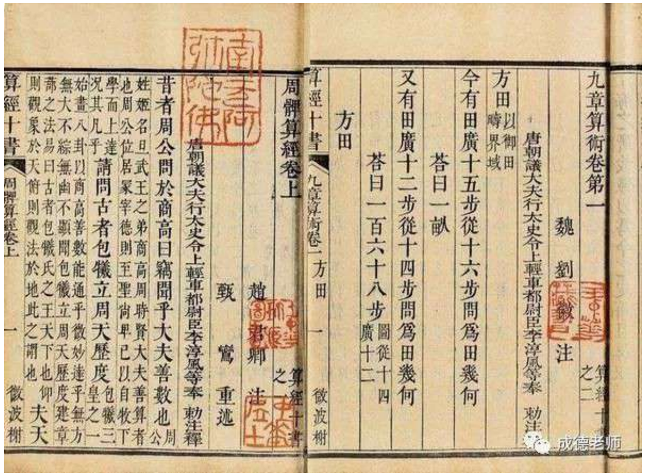
IIIe siècle

l'un des grands mathématiciens de la Chine antique

Ses commentaires sont des contributions majeures, contenant les premières démonstrations connues en langue Chinoise :

- Approximation de π
- Justification géométrique de l'extraction des racines carrée et cubique
- Volume de la sphère
- Calculs de volumes par « principe des indivisibles »
- Etude de la complexité d'algorithmes de résolution de systèmes linéaire
- Approche abstraite des nombre négatifs
- Justification de l'identité de Pythagore...

Li Chunfeng (李淳風)


九章算術卷第一
魏 劉徽 注
方田
今有田廣十五步從十六步問爲田幾何
荅曰一畝
又有田廣十二步從十四步問爲田幾何
荅曰一百六十八步
周髀算經卷上

Né en 602 / mort en 670

Astronome, mathématicien

648 : un décret impérial ordonne à Li Chunfeng de compiler et annoter les dix textes mathématiques formant les *Dix Canons du Calcul*.

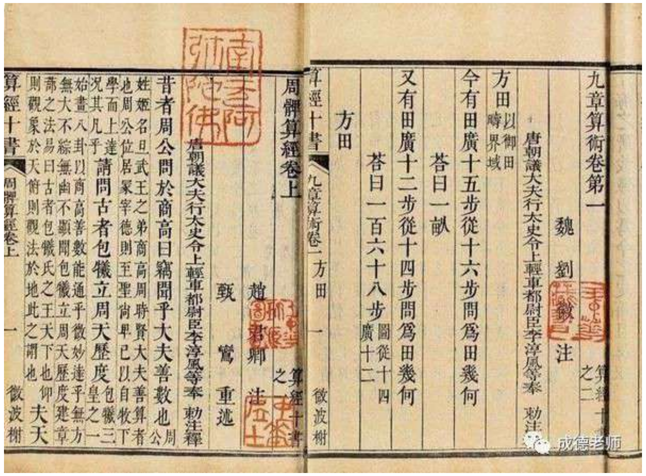
Dans les *Neuf Chapitres*, il donne des précisions calculatoires, des compléments historiques.

Zu Chongzhi (Ve siècle)

Li Chunfeng (李淳風)

Né en 602 / mort en 670

Astronome, mathématicien


九章算術卷第一
魏 劉徽 注
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注釋
方田
今有田廣十五步從十六步問為田幾何
荅曰一畝
又有田廣十二步從十四步問為田幾何
荅曰一百六十八步
周髀算經卷上
趙君卿 注
甄鸞 重述
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注釋
昔者周公問於商高曰竊聞乎大夫善數也

648 : un décret impérial ordonne à Li Chunfeng de compiler et annoter les dix textes mathématiques formant les *Dix Canons du Calcul*.

Dans les *Neuf Chapitres*, il donne des précisions calculatoires, des compléments historiques

... et contredit Liu Hu (le plus souvent à tort)

Zu Chongzhi (Ve siècle)

Les 9 chapitres sur l'art mathématique

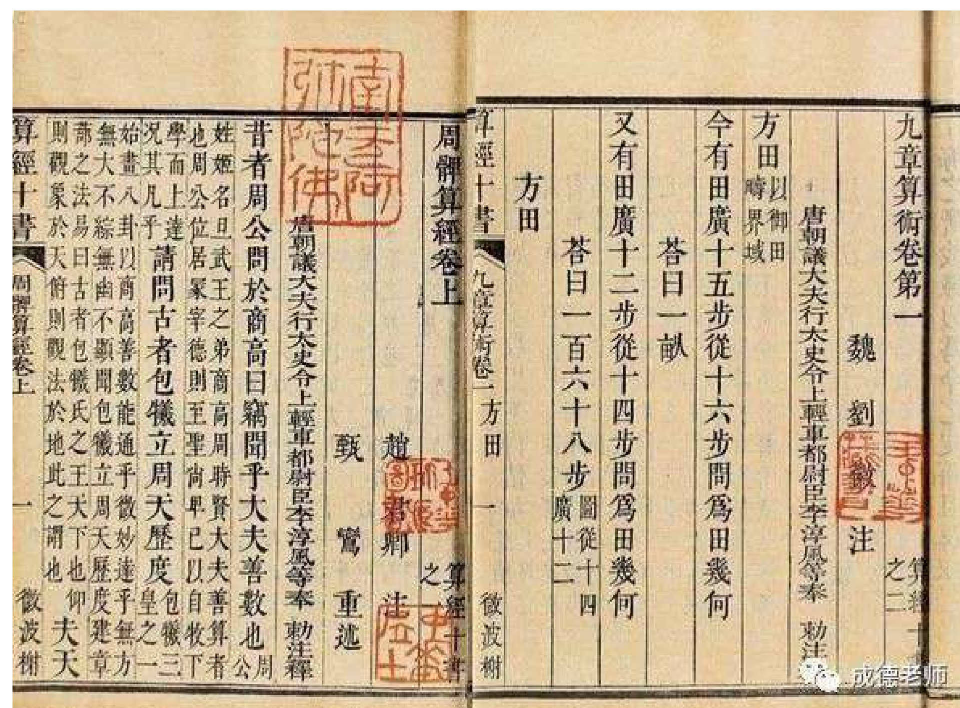
(九章算術 ; *Jiǔzhāng Suànshù)*

Auteur(s) et date d'écriture inconnus (entre IIe et Ier siècle av. JC)

Texte mathématique de référence (Chine, Japon, Corée) jusqu'au XVe
(d'autres textes importants existent !)

246 problèmes

263 : commentaires de Liu Hui
→ éléments nouveaux importants
(approximation de π ...)
→ premiers éléments de
démonstrations
en langue Chinoise



Les 9 chapitres sur l'art mathématique

(九章算術 ; *Jiǔzhāng Suànshù)*

1. Champs rectangulaires

   pour traiter les territoires des terres cultivées

   [calculs d'aires / approximation de π / calcul fractionnaire]

2. Petit mil et grains décortiqués

   pour traiter les échanges et les transformations

   [proportionnalité / règle de trois]

3. Parts pondérées en fonction des degrés

   pour traiter le cher et le bon marché, les distributions de grains et les impôts

   [partages proportionnels et inversement proportionnels]

Les 9 chapitres sur l'art mathématique

(九章算術 ; *Jiǔzhāng Suànshù*)

4. Petite largeur

pour traiter les nombres-produits et les aires, du carré et du cercle

[géométrie du plan et de l'espace / racines carrées et cubiques]

5. Discuter des travaux

pour traiter les règles concernant les travaux de terrassement et les volumes

[calculs de volumes]

6. Paiement de l'impôt de manière égalitaire en fonction du transport

pour traiter travaux et dépenses selon la distance

[partages / calculs de distances / progressions arithmétiques]

Les 9 chapitres sur l'art mathématique

(九章算術 ; *Jiǔzhāng Suànshù)*

7. Excédent et déficit

pour traiter de comment les choses cachées et mêlées
se font apparaître mutuellement

[méthode de la fausse position]

8. Disposition rectangulaire

pour traiter ce qui est mélangé ainsi que le positif et le négatif

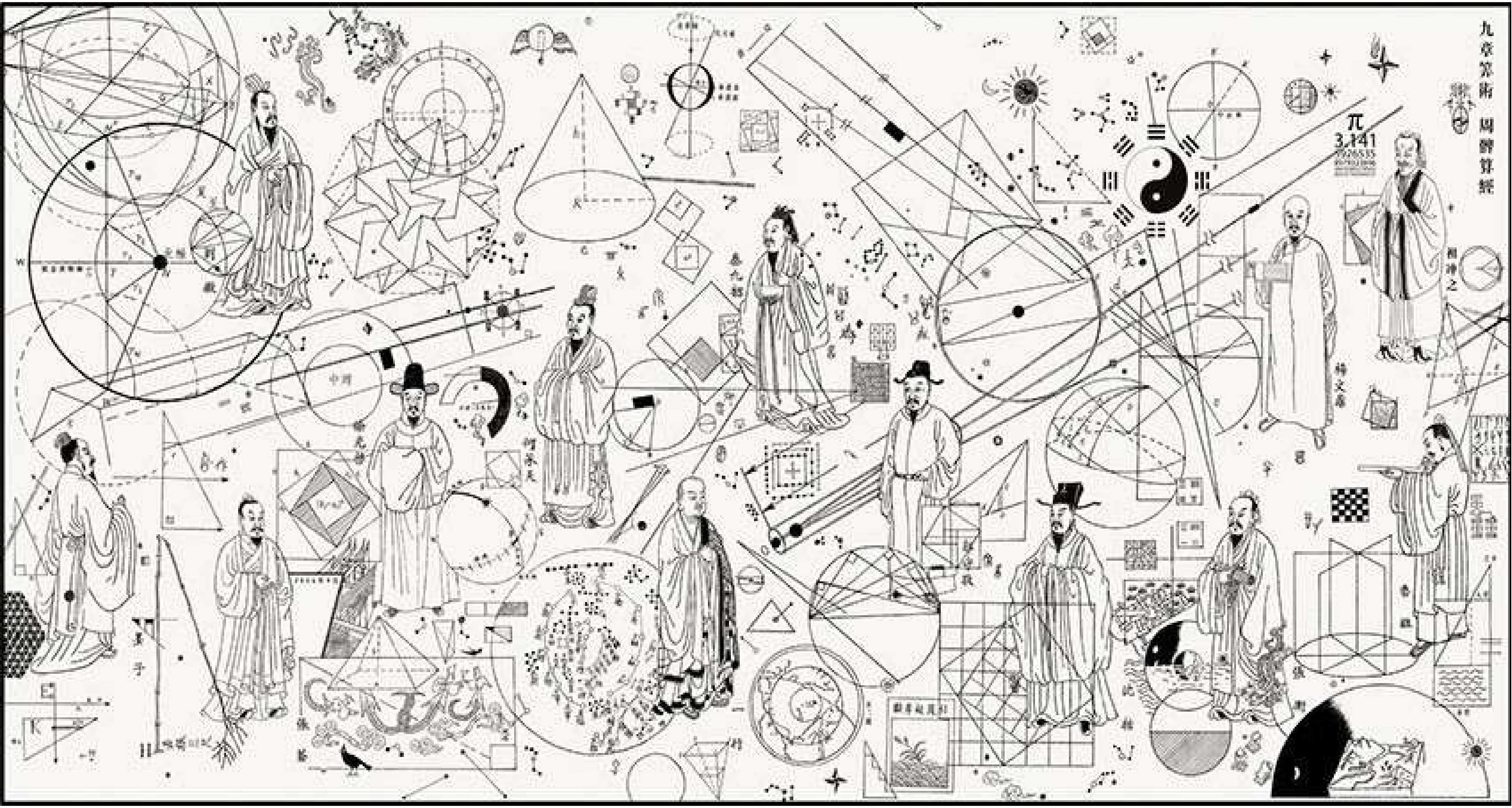
[résolution de systèmes linéaires / entiers relatifs]

9. Base et hauteur

pour traiter le haut et le profond, le large et le lointain

[identité de Pythagore / similitudes des triangles rectangles / équations quadratiques]

Aperçu du Chapitre 9



Aperçu du Chapitre 9

« Classique Kangourou n°4 »

Les neuf chapitres
Le classique mathématique de la Chine ancienne
Extraits du NEUVIEME CHAPITRE

(traduction de K. Chemla et Guo S.,

explications et illustrations <u>algébriques</u> d'A. Deledicq).

Aperçu du Chapitre 9

句股以御高深廣遠

今有句三尺，股四尺，問爲弦幾何。

答曰：五尺。

今有弦五尺，句三尺，問爲股幾何。

答曰：四尺。

今有股四尺，弦五尺，問爲句幾何。

答曰：三尺。

句股短面曰句，長面曰股，相與結角曰弦。句短其股，股短其弦。將以施於諸率，故先具此術以見其原也[一]。術曰：句、股各自乘，并，而開方除之，即弦。句自乘爲朱方，股自乘爲青方，令出入相補[二]，各從其類，因就其餘不移動也，合成弦方之冪。開方除之，即弦也[三]。

又，股自乘，以減弦自乘，其餘，開方除

[一] 此二"原"字，戴震輯錄本作"源"，兩通。此依楊輝本。
[二] 此二"令"字，楊輝本作"今"，亦通。此依戴震輯錄本。
[三] 此條劉注，楊輝本誤植於下術文"即句"之後、李注之前。此依戴震輯錄本。

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*)[1]

pour traiter le haut et le profond, le large et le lointain[2]

(9.1)

SUPPOSONS QUE LA BASE (*GOU*) SOIT DE 3 *CHI* ET LA HAUTEUR (*GU*) DE 4 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT L'HYPOTÉNUSE[3].

RÉPONSE : 5 *CHI*.

(9.2)

SUPPOSONS QUE L'HYPOTÉNUSE SOIT DE 5 *CHI* ET LA BASE (*GOU*) DE 3 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LA HAUTEUR (*GU*).

RÉPONSE : 4 *CHI*.

(9.3)

SUPPOSONS QUE LA HAUTEUR (*GU*) SOIT DE 4 *CHI* ET L'HYPOTÉNUSE DE 5 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LA BASE (*GOU*).

RÉPONSE : 3 *CHI*.

PROCÉDURE DE LA BASE (*GOU*) ET DE LA HAUTEUR (*GU*)[4] :

Le côté le plus court est appelé « base (*gou*) » ; le côté plus long est appelé « hauteur (*gu*) » ; ce qui lie les coins l'un à l'autre est appelé « hypoténuse »[5].

La base (*gou*) est plus courte que la hauteur (*gu*) qui lui correspond, la hauteur (*gu*) est plus courte que l'hypoténuse qui lui correspond. On s'apprête à les utiliser pour les appliquer à toutes les procédures (*lü*), c'est pourquoi on expose d'entrée de jeu cette procédure pour en faire apparaître l'origine[6].

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME (LES RÉSULTATS) ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.

La base (*gou*) multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur (*gu*) multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre[7], que chacun se conforme à sa catégorie[8] ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux (les parties, les morceaux) qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire (*mi*) du carré de côté l'hypoténuse. « En divisant ceci par extraction de la racine carrée, cela donne l'hypoténuse. »

Extrait des Neuf Chapitres, éditions commentée par K. Chemla & G. Shuchun (Dunod, 2005)

Aperçu du Chapitre 9

Enoncés de problèmes,
Immédiatement suivis de la réponse

Base (*gou*) et hauteur (*gu*)[1]

pour traiter le haut et le profond, le large et le lointain[2]

(9.1)

Supposons que la base (*gou*) soit de 3 *chi* et la hauteur (*gu*) de 4 *chi*. On demande combien fait l'hypoténuse[3].

Réponse : 5 *chi*.

(9.2)

Supposons que l'hypoténuse soit de 5 *chi* et la base (*gou*) de 3 *chi*. On demande combien fait la hauteur (*gu*).

Réponse : 4 *chi*.

(9.3)

Supposons que la hauteur (*gu*) soit de 4 *chi* et l'hypoténuse de 5 *chi*. On demande combien fait la base (*gou*).

Réponse : 3 *chi*.

Procédure de la base (*gou*) et de la hauteur (*gu*)[4] :

Le côté le plus court est appelé « base (*gou*) » ; le côté plus long est appelé « hauteur (*gu*) » ; ce qui lie les coins l'un à l'autre est appelé « hypoténuse »[5].

La base (*gou*) est plus courte que la hauteur (*gu*) qui lui correspond, la hauteur (*gu*) est plus courte que l'hypoténuse qui lui correspond. On s'apprête à les utiliser pour les appliquer à toutes les procédures (*lü*), c'est pourquoi on expose d'entrée de jeu cette procédure pour en faire apparaître l'origine[6].

Base (*gou*) et hauteur (*gu*) étant chacune multipliée par elle-même, on somme (les résultats) et on divise ceci par extraction de la racine carrée, ce qui donne l'hypoténuse.

La base (*gou*) multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur (*gu*) multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre[7], que chacun se conforme à sa catégorie[8] ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux (les parties, les morceaux) qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire (*mi*) du carré de côté l'hypoténuse. « En divisant ceci par extraction de la racine carrée, cela donne l'hypoténuse. »

Extrait des Neuf Chapitres, éditions commentée par K. Chemla & G. Shuchun (Dunod, 2005)

Aperçu du Chapitre 9

Enoncés de problèmes,
Immédiatement suivis de la réponse

Enoncé de la procédure générale,
permettant de résoudre ces
problèmes

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*)[1]

pour traiter le haut et le profond, le large et le lointain[2]

(9.1)

SUPPOSONS QUE LA BASE (*GOU*) SOIT DE 3 *CHI* ET LA HAUTEUR (*GU*) DE 4 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT L'HYPOTÉNUSE[3].

RÉPONSE : 5 *CHI*.

(9.2)

SUPPOSONS QUE L'HYPOTÉNUSE SOIT DE 5 *CHI* ET LA BASE (*GOU*) DE 3 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LA HAUTEUR (*GU*).

RÉPONSE : 4 *CHI*.

(9.3)

SUPPOSONS QUE LA HAUTEUR (*GU*) SOIT DE 4 *CHI* ET L'HYPOTÉNUSE DE 5 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LA BASE (*GOU*).

RÉPONSE : 3 *CHI*.

PROCÉDURE DE LA BASE (*GOU*) ET DE LA HAUTEUR (*GU*)[4] :

Le côté le plus court est appelé « base (*gou*) » ; le côté plus long est appelé « hauteur (*gu*) » ; ce qui lie les coins l'un à l'autre est appelé « hypoténuse »[5].

La base (*gou*) est plus courte que la hauteur (*gu*) qui lui correspond, la hauteur (*gu*) est plus courte que l'hypoténuse qui lui correspond. On s'apprête à les utiliser pour les appliquer à toutes les procédures (*lü*), c'est pourquoi on expose d'entrée de jeu cette procédure pour en faire apparaître l'origine[6].

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME (LES RÉSULTATS) ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.

La base (*gou*) multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur (*gu*) multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre[7], que chacun se conforme à sa catégorie[8] ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux (les parties, les morceaux) qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire (*mi*) du carré de côté l'hypoténuse. « En divisant ceci par extraction de la racine carrée, cela donne l'hypoténuse. »

Extrait des Neuf Chapitres, éditions commentée par K. Chemla & G. Shuchun (Dunod, 2005)

Aperçu du Chapitre 9

Enoncés de problèmes,
Immédiatement suivis de la réponse

Enoncé de la procédure générale, permettant de résoudre ces problèmes

Commentaires de Liu Hui, détaillant la résolution des problèmes et/ou justifiant (prouvant) la procédure

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*)[1]

pour traiter le haut et le profond, le large et le lointain[2]

(9.1)

SUPPOSONS QUE LA BASE (*GOU*) SOIT DE 3 *CHI* ET LA HAUTEUR (*GU*) DE 4 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT L'HYPOTÉNUSE[3].

RÉPONSE : 5 *CHI*.

(9.2)

SUPPOSONS QUE L'HYPOTÉNUSE SOIT DE 5 *CHI* ET LA BASE (*GOU*) DE 3 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LA HAUTEUR (*GU*).

RÉPONSE : 4 *CHI*.

(9.3)

SUPPOSONS QUE LA HAUTEUR (*GU*) SOIT DE 4 *CHI* ET L'HYPOTÉNUSE DE 5 *CHI*. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LA BASE (*GOU*).

RÉPONSE : 3 *CHI*.

PROCÉDURE DE LA BASE (*GOU*) ET DE LA HAUTEUR (*GU*)[4] :

Le côté le plus court est appelé « base (*gou*) » ; le côté plus long est appelé « hauteur (*gu*) » ; ce qui lie les coins l'un à l'autre est appelé « hypoténuse »[5].

La base (*gou*) est plus courte que la hauteur (*gu*) qui lui correspond, la hauteur (*gu*) est plus courte que l'hypoténuse qui lui correspond. On s'apprête à les utiliser pour les appliquer à toutes les procédures (*lü*), c'est pourquoi on expose d'entrée de jeu cette procédure pour en faire apparaître l'origine[6].

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME (LES RÉSULTATS) ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.

La base (*gou*) multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur (*gu*) multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre[7], que chacun se conforme à sa catégorie[8] ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux (les parties, les morceaux) qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire (*mi*) du carré de côté l'hypoténuse. « En divisant ceci par extraction de la racine carrée, cela donne l'hypoténuse. »

Problème (9.6)

SUPPOSONS QUE L'ON AIT UN ÉTANG CARRÉ DE 1 *ZHANG* DE CÔTÉ, AU CENTRE DUQUEL POUSSE UN ROSEAU QUI DÉPASSE DE 1 *CHI* LE NIVEAU DE L'EAU. QUAND ON TIRE LE ROSEAU VERS LA RIVE, IL ARRIVE JUSTE AU BORD. ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT LA PROFONDEUR DE L'EAU ET LA LONGUEUR DU ROSEAU.

Précision :
1 *ZHANG* = 10 *CHI* (*unités de longueur*)

Problème (9.6)

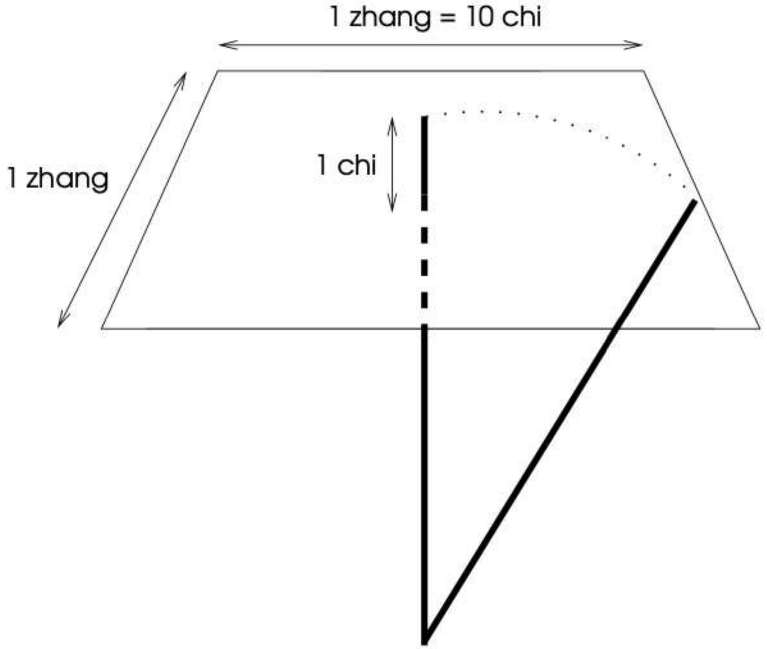
SUPPOSONS QUE L'ON AIT UN ÉTANG CARRÉ DE 1 *ZHANG* DE CÔTÉ, AU CENTRE DUQUEL POUSSE UN ROSEAU QUI DÉPASSE DE 1 *CHI* LE NIVEAU DE L'EAU. QUAND ON TIRE LE ROSEAU VERS LA RIVE, IL ARRIVE JUSTE AU BORD. ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT LA PROFONDEUR DE L'EAU ET LA LONGUEUR DU ROSEAU.

RÉPONSE :
LA PROFONDEUR DE L'EAU VAUT 12 *CHI*;
LA LONGUEUR DU ROSEAU 13 *CHI*.

Problème (9.6)

SUPPOSONS QUE L'ON AIT UN ÉTANG CARRÉ DE 1 *ZHANG* DE CÔTÉ, AU CENTRE DUQUEL POUSSE UN ROSEAU QUI DÉPASSE DE 1 *CHI* LE NIVEAU DE L'EAU. QUAND ON TIRE LE ROSEAU VERS LA RIVE, IL ARRIVE JUSTE AU BORD. ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT LA PROFONDEUR DE L'EAU ET LA LONGUEUR DU ROSEAU.

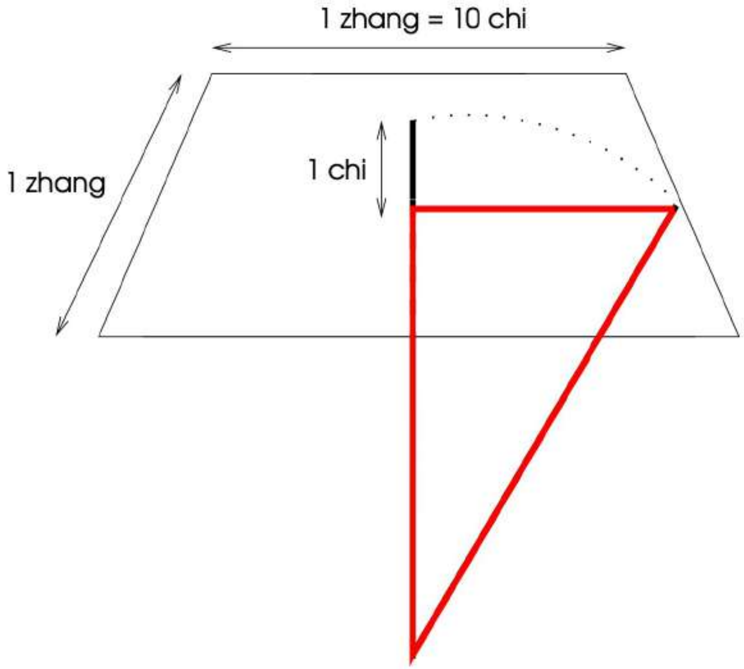
RÉPONSE :
LA PROFONDEUR DE L'EAU VAUT 12 *CHI*;
LA LONGUEUR DU ROSEAU 13 *CHI*.



Problème (9.6)

SUPPOSONS QUE L'ON AIT UN ÉTANG CARRÉ DE 1 *ZHANG* DE CÔTÉ, AU CENTRE DUQUEL POUSSE UN ROSEAU QUI DÉPASSE DE 1 *CHI* LE NIVEAU DE L'EAU. QUAND ON TIRE LE ROSEAU VERS LA RIVE, IL ARRIVE JUSTE AU BORD. ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT LA PROFONDEUR DE L'EAU ET LA LONGUEUR DU ROSEAU.

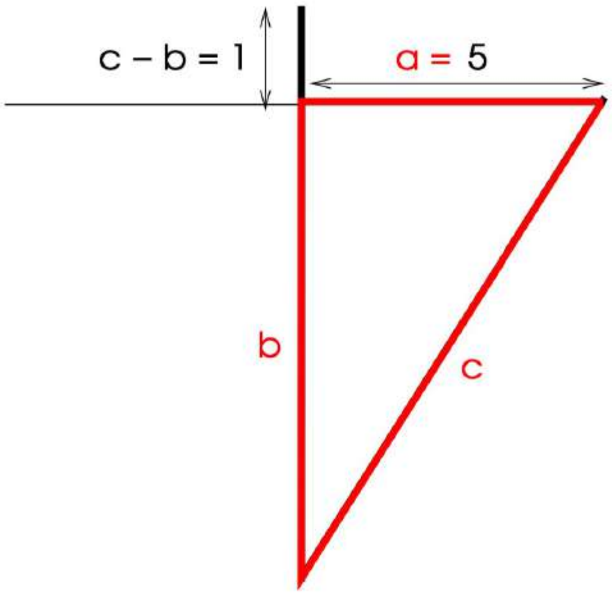
RÉPONSE :
LA PROFONDEUR DE L'EAU VAUT 12 *CHI*;
LA LONGUEUR DU ROSEAU 13 *CHI*.



Problème (9.6)

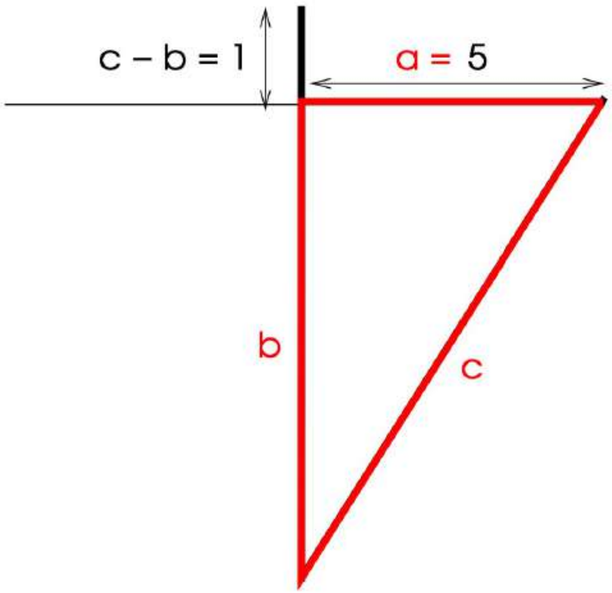
SUPPOSONS QUE L'ON AIT UN ÉTANG CARRÉ DE 1 *ZHANG* DE CÔTÉ, AU CENTRE DUQUEL POUSSE UN ROSEAU QUI DÉPASSE DE 1 *CHI* LE NIVEAU DE L'EAU. QUAND ON TIRE LE ROSEAU VERS LA RIVE, IL ARRIVE JUSTE AU BORD. ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT LA PROFONDEUR DE L'EAU ET LA LONGUEUR DU ROSEAU.

RÉPONSE :
LA PROFONDEUR DE L'EAU VAUT 12 *CHI*;
LA LONGUEUR DU ROSEAU 13 *CHI*.



Problème (9.6)

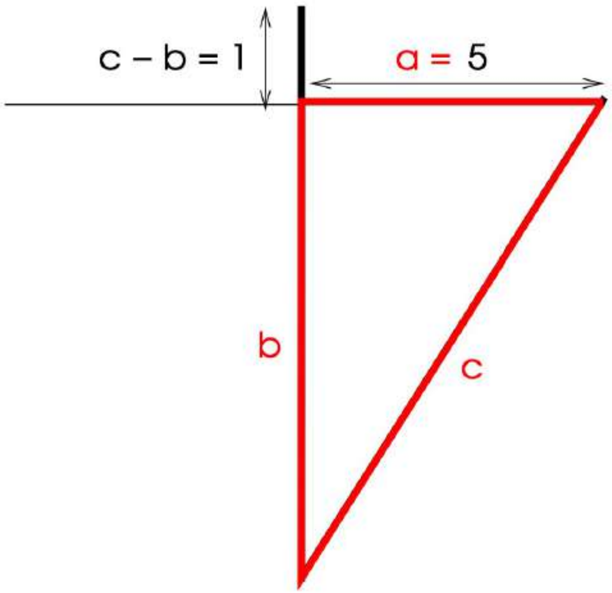
PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.



Problème (9.6)

PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

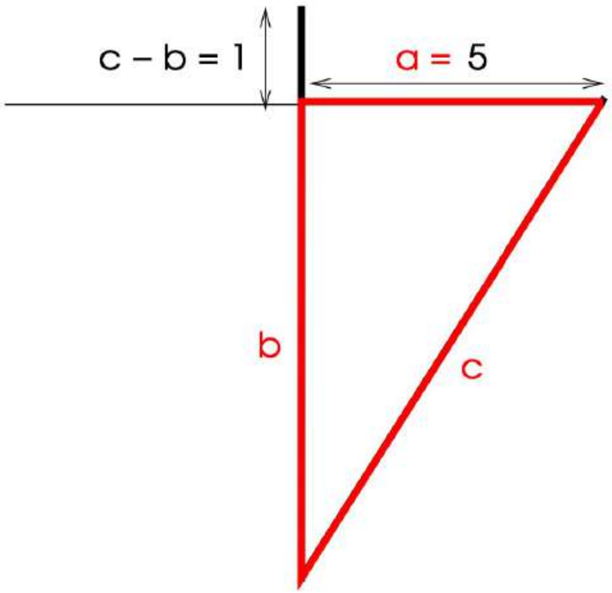
$$\frac{a^2}{}$$



Problème (9.6)

PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

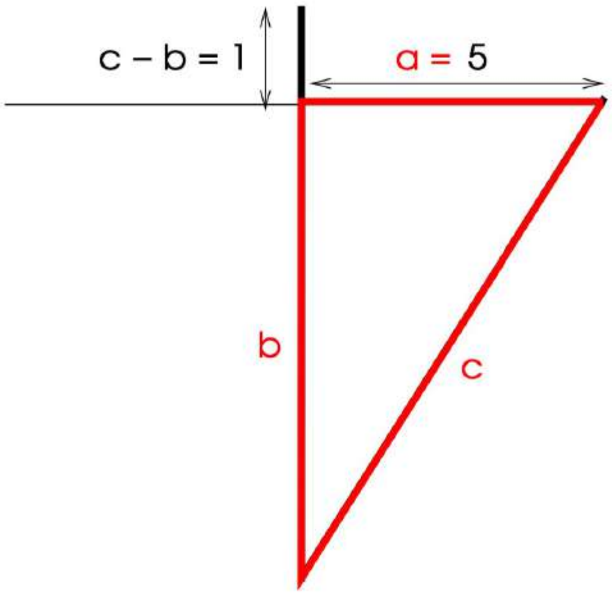
$$\frac{a^2-(c-b)^2}{}$$



Problème (9.6)

PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

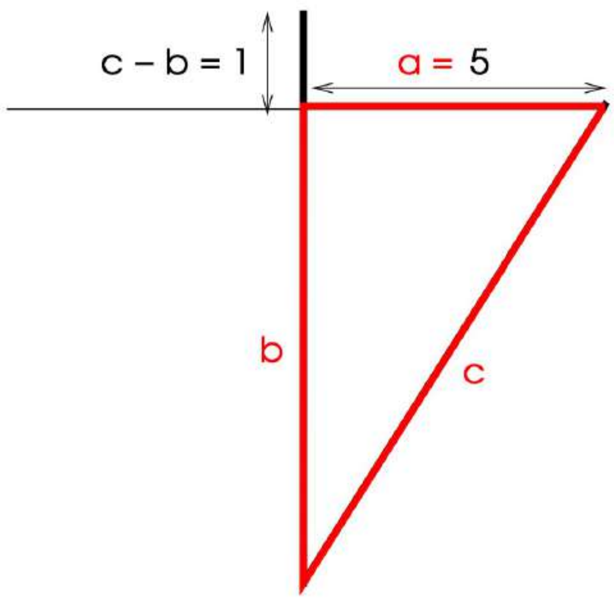
Profondeur : $b = \dfrac{a^2 - (c-b)^2}{2(c-b)}$



Problème (9.6)

PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

Profondeur : $b = \dfrac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)} = \dfrac{5^2-1^2}{2\times 1} = 12$



(et donc Longueur du roseau = 12 + 1 = 13)

Problème (9.6)

PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

Liu Hui justifie la formule...

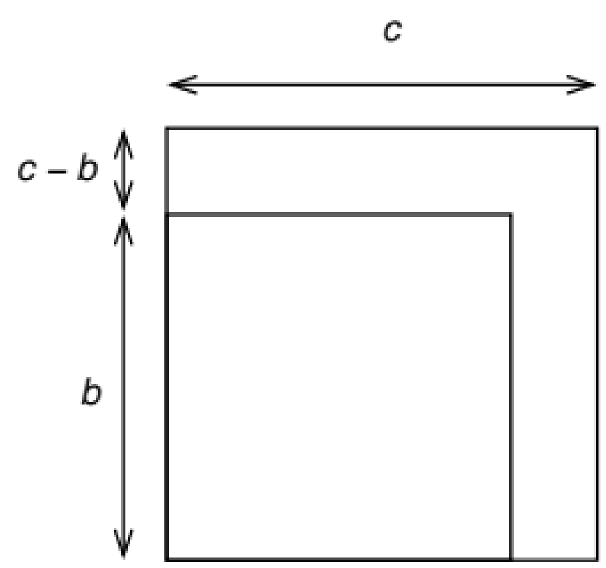
Profondeur : $b = \dfrac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)}$

Problème (9.6)

PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

Profondeur : $b = \dfrac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)}$

Liu Hui justifie la formule en considérant cette *figure* :



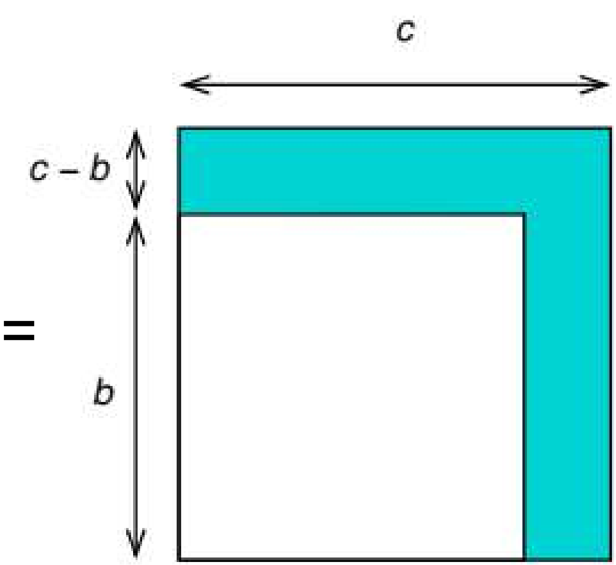
Problème (9.6)

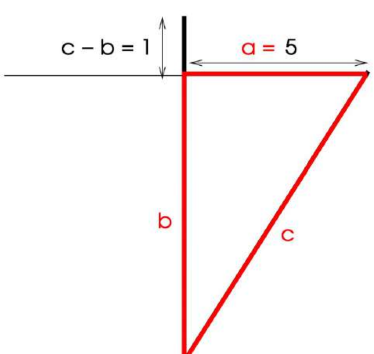
PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

Liu Hui justifie la formule
en considérant cette figure :

Profondeur : $b = \dfrac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)}$

$a^2 =$





$$\boxed{a^2+b^2=c^2}$$

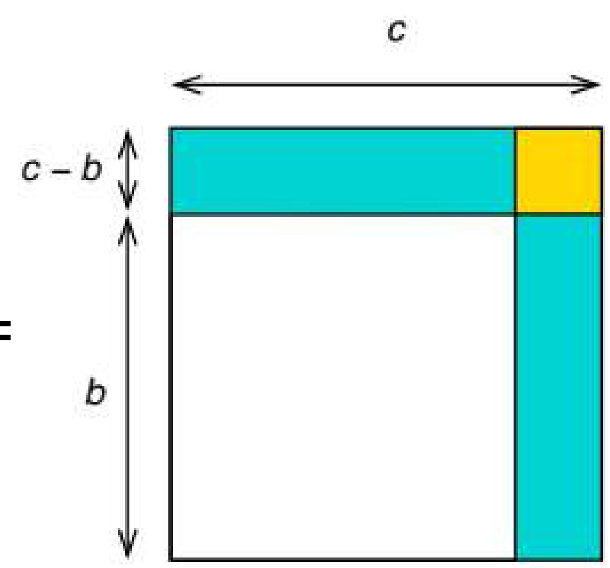
Problème (9.6)

PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

Liu Hui justifie la formule en considérant cette *figure* :

Profondeur : $b = \dfrac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)}$

$a^2 - (c - b)^2 =$

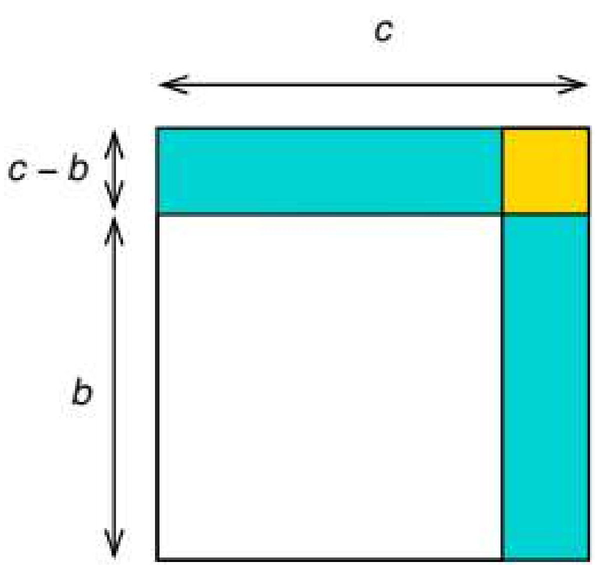


Problème (9.6)

PROCÉDURE:
LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'ÉTANG CARRÉ ÉTANT MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON EN SOUSTRAIT CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, 1 CHI, MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME. ON DIVISE LE RESTE PAR LE DOUBLE DE CE QUI DÉPASSE DE L'EAU, CE QUI DONNE COMME RÉSULTAT LA PROFONDEUR DE L'EAU.

Liu Hui justifie la formule
en considérant cette *figure* :

Profondeur : $b = \dfrac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)}$



$a^2 - (c - b)^2 =$ $= 2b(c - b)$

Problème (9.24)

Problème (9.24)

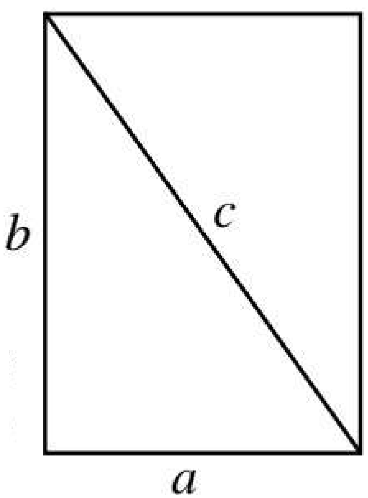
SUPPOSONS QU'ON AIT UNE PORTE DONT ON NE CONNAÎT NI LA HAUTEUR NI LA LARGEUR, ET UNE PERCHE DONT ON NE CONNAÎT PAS LA LONGUEUR. TRANSVERSALEMENT, IL S'EN FAUT DE 4 *CHI* POUR QUE LA PERCHE NE PUISSE SORTIR (PAR LA PORTE), LONGITUDINALEMENT IL S'EN FAUT DE 2 *CHI*, ET, EN OBLIQUE, ELLE SORT JUSTE.

ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT
LA HAUTEUR, LA LARGEUR ET L'OBLIQUE DE LA PORTE.

Problème (9.24)

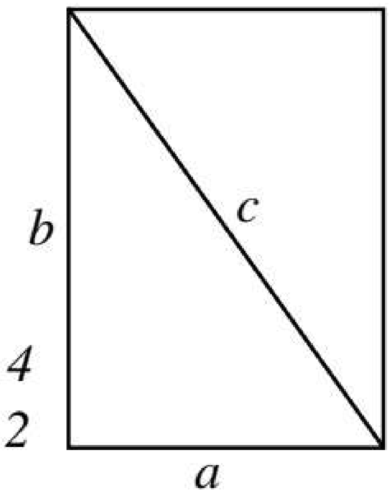
SUPPOSONS QU'ON AIT UNE PORTE DONT ON NE CONNAÎT NI LA HAUTEUR NI LA LARGEUR, ET UNE PERCHE DONT ON NE CONNAÎT PAS LA LONGUEUR. TRANSVERSALEMENT, IL S'EN FAUT DE 4 *CHI* POUR QUE LA PERCHE NE PUISSE SORTIR (PAR LA PORTE), LONGITUDINALEMENT IL S'EN FAUT DE 2 *CHI*, ET, EN OBLIQUE, ELLE SORT JUSTE.

ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT LA HAUTEUR, LA LARGEUR ET L'OBLIQUE DE LA PORTE.



Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.



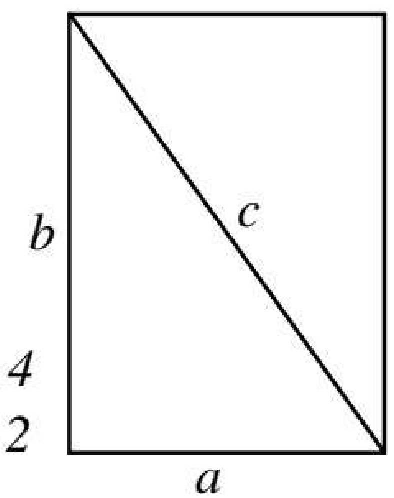
$c - a = 4$
$c - b = 2$

Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

$$\sqrt{2\boxed{(c-a)}\boxed{(c-b)}}$$

$c-a=4$
$c-b=2$



Problème (9.24)

PROCÉDURE:

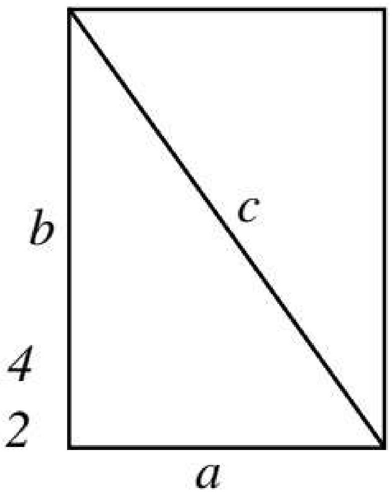
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

$$\boxed{\sqrt{2(c-a)(c-b)}}$$

$c - a = 4$

$c - b = 2$



Problème (9.24)

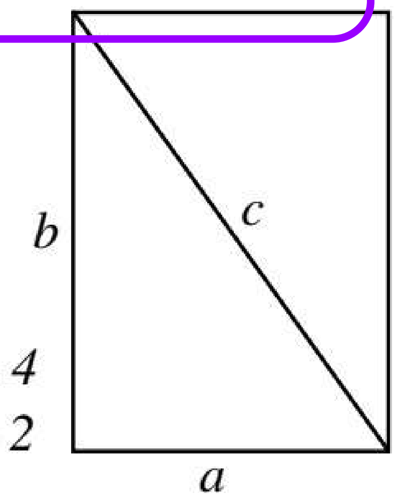
PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

$$\sqrt{2(c-a)(c-b)}$$

$c-a=4$

$c-b=2$

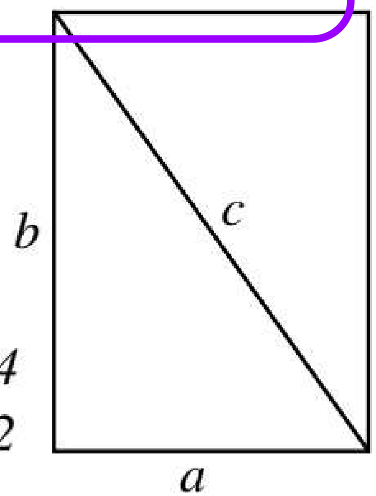


Largeur : $a=\boxed{\sqrt{2(c-a)(c-b)}}+\boxed{(c-b)}$

Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

$$\sqrt{2(c-a)(c-b)}$$



$$c-a=4$$
$$c-b=2$$

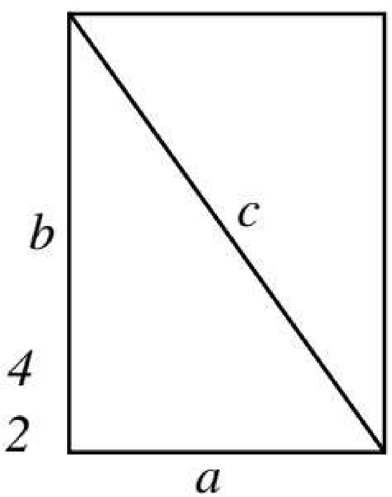
Largeur : $\boxed{a=\sqrt{2(c-a)(c-b)}+(c-b)}$

Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

$c - a = 4$

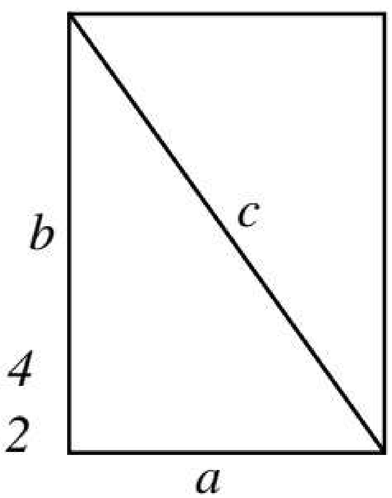
$c - b = 2$



Largeur : $a = \sqrt{2(c-a)(c-b)} + (c-b)$

Problème (9.24)

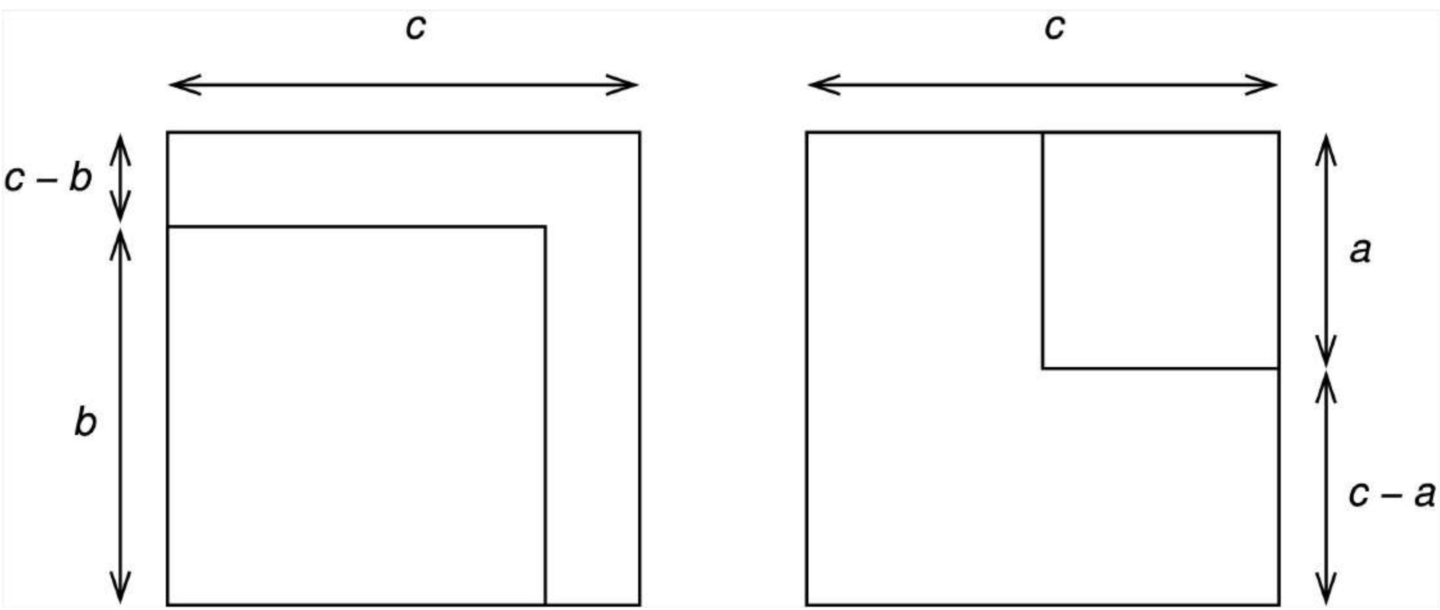
PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.



$c - a = 4$
$c - b = 2$

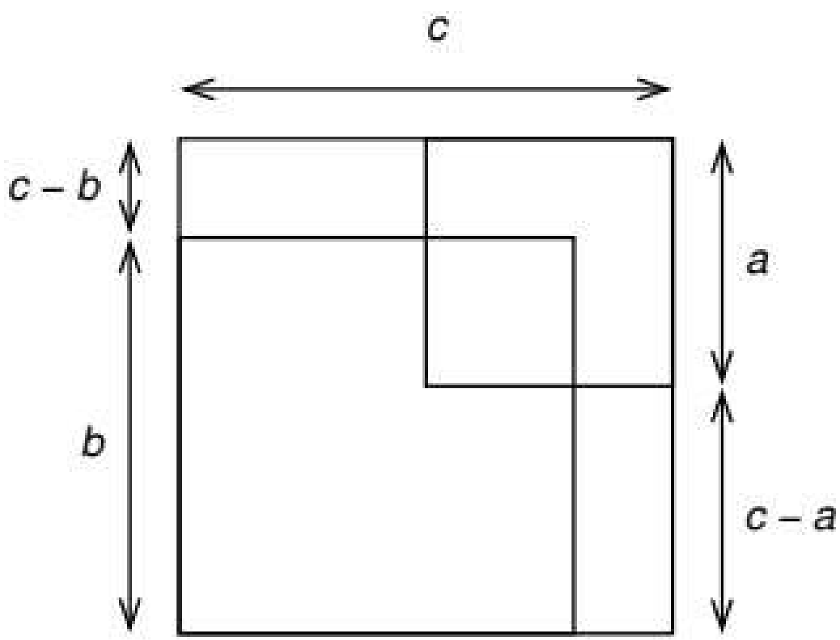
Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.



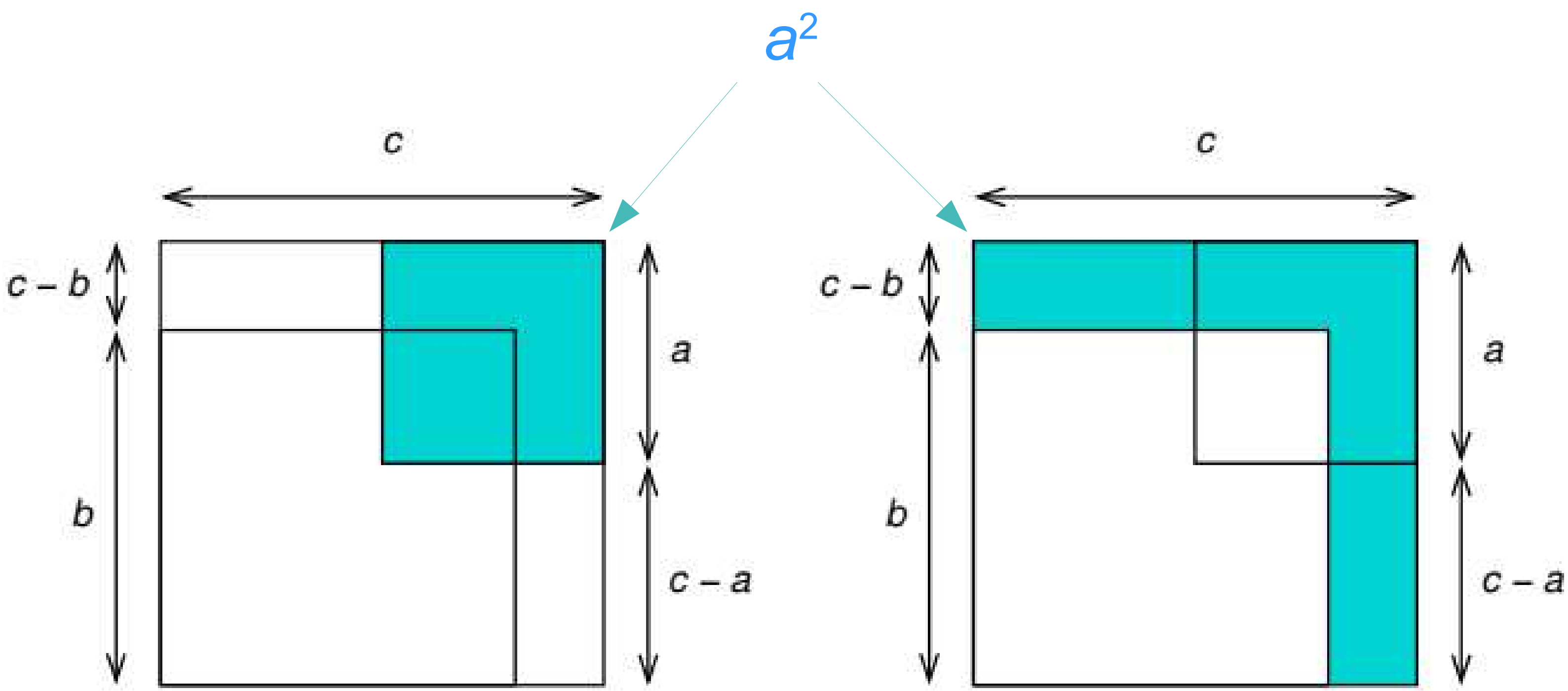
Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.



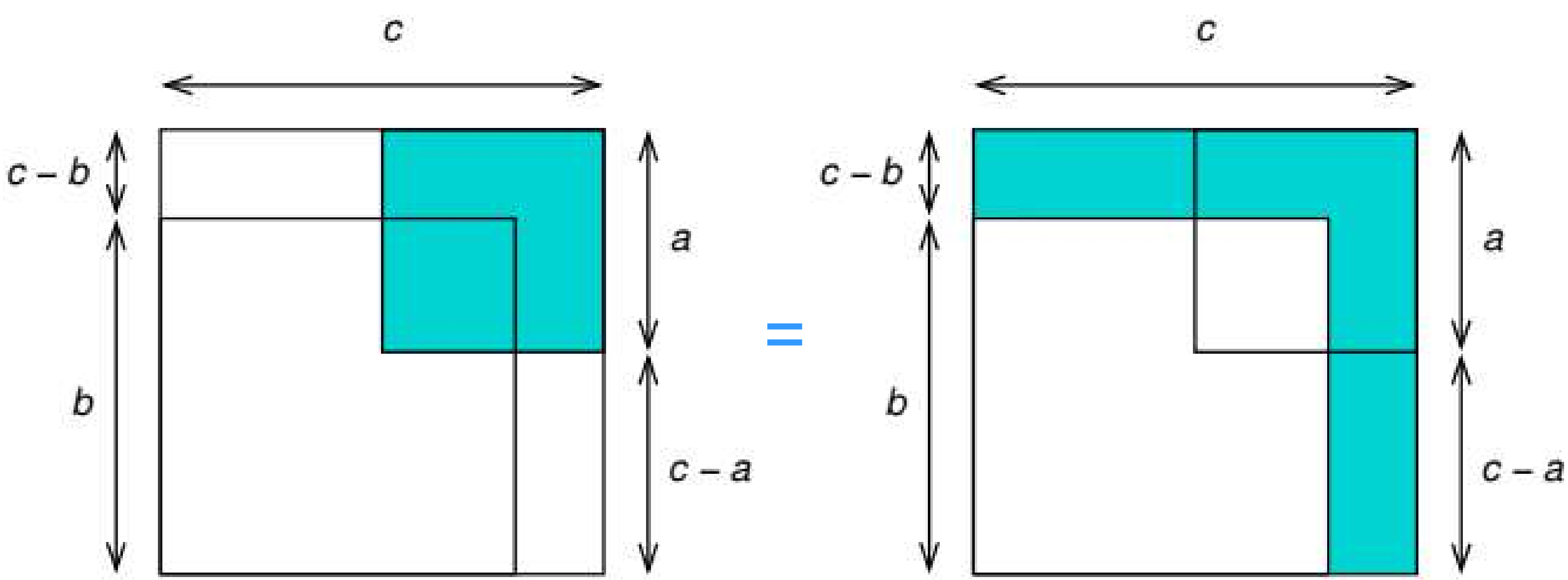
Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.



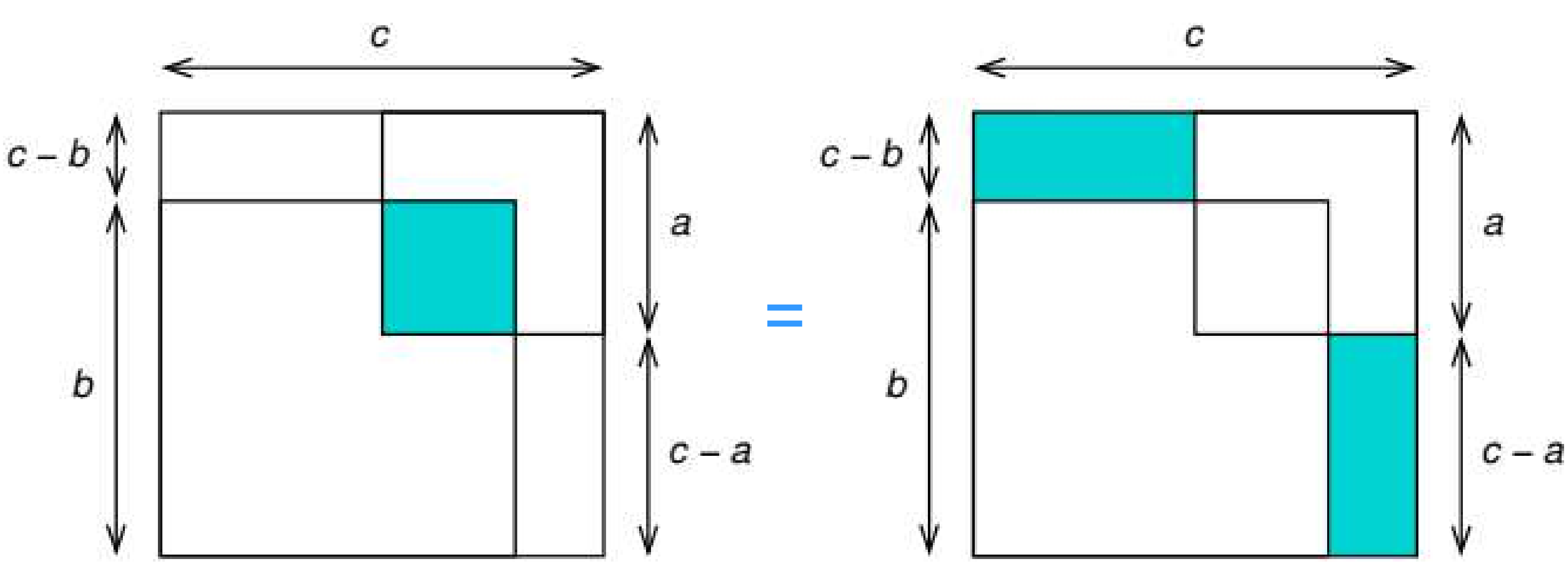
Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.



Problème (9.24)

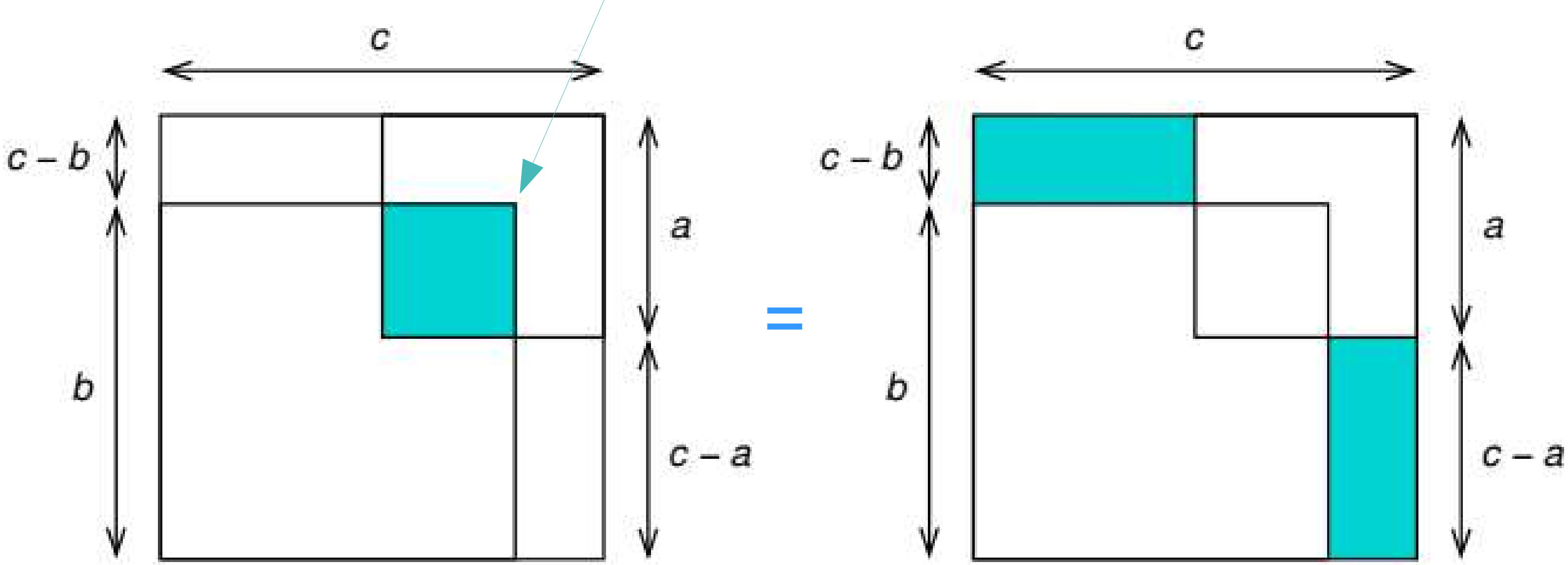
PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.



Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

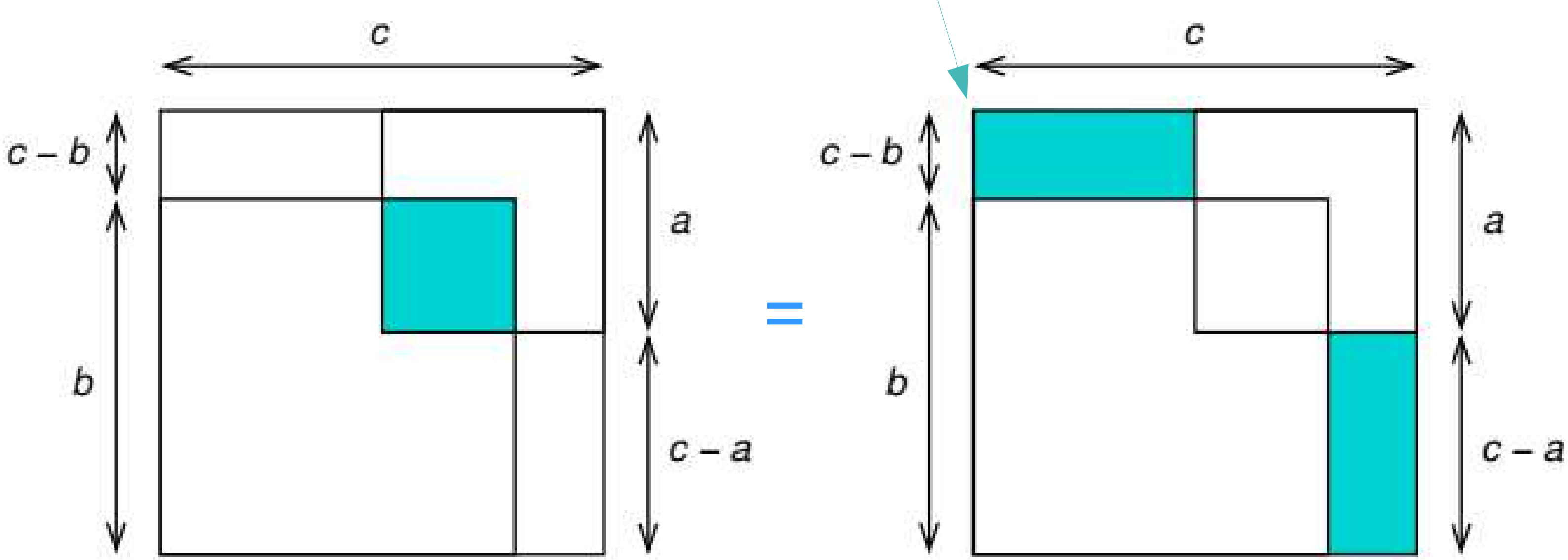
$(a + b - c)^2$



Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

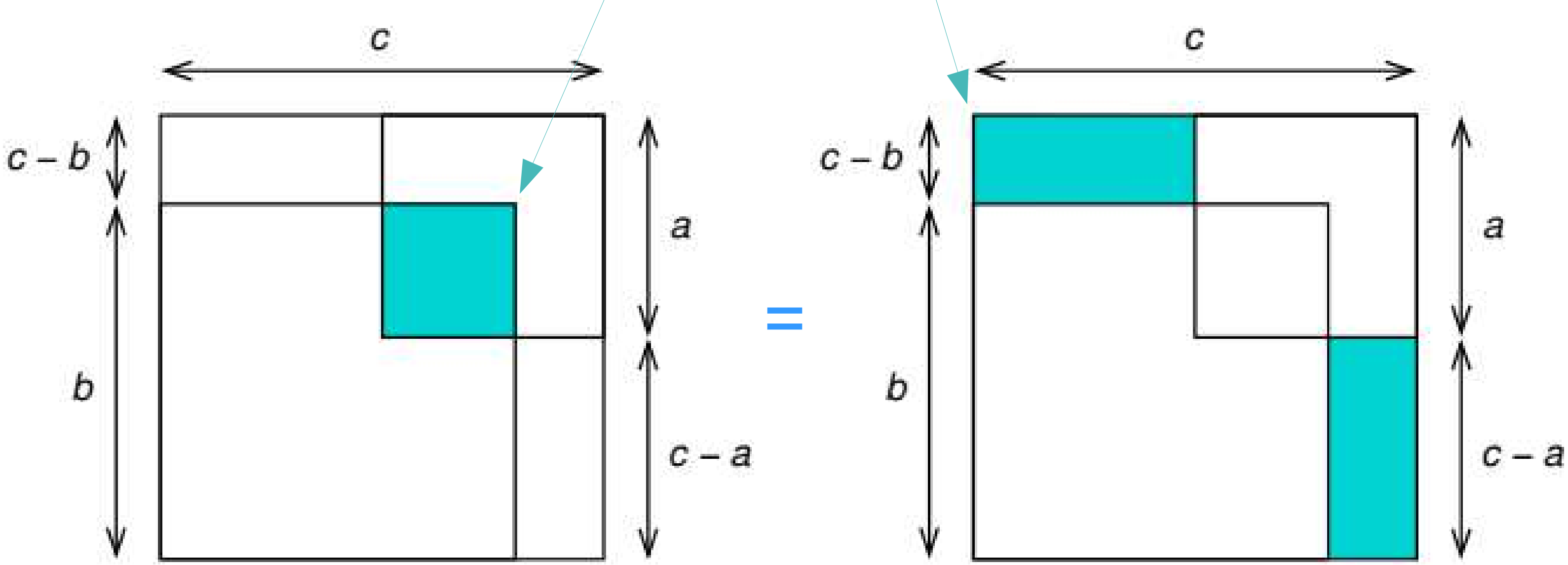
$$2(c - a)(c - b)$$



Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

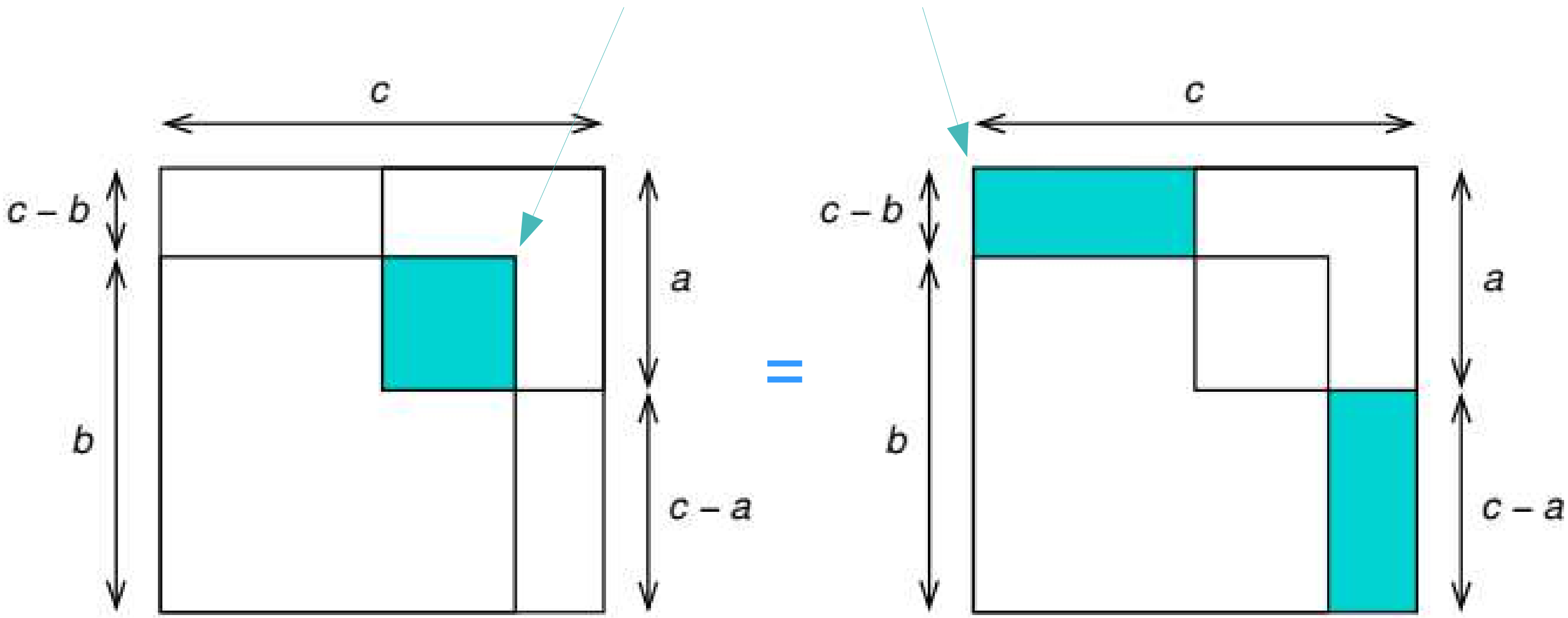
$$(a + b - c)^2 = 2(c - a)(c - b)$$



Problème (9.24)

PROCÉDURE:
LES LONGUEURS EN RAISON DESQUELLES ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT ET TRANSVERSALEMENT SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON DOUBLE ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.
CE QU'ON OBTIENT EST AJOUTÉ A LA LONGUEUR EN RAISON DE LAQUELLE ELLE NE PEUT SORTIR LONGITUDINALEMENT, CE QUI DONNE LA LARGEUR DE LA PORTE.

$$a+b-c=\sqrt{2(c-a)(c-b)}$$



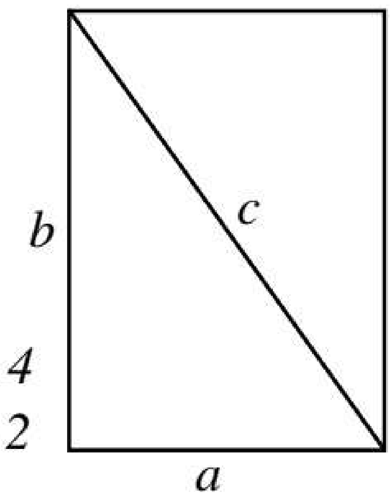
Problème (9.24)

« Procédure » :

Largeur : $a = \sqrt{2(c-a)(c-b)} + (c-b)$

Hauteur : $b = \sqrt{2(c-a)(c-b)} + (c-a)$

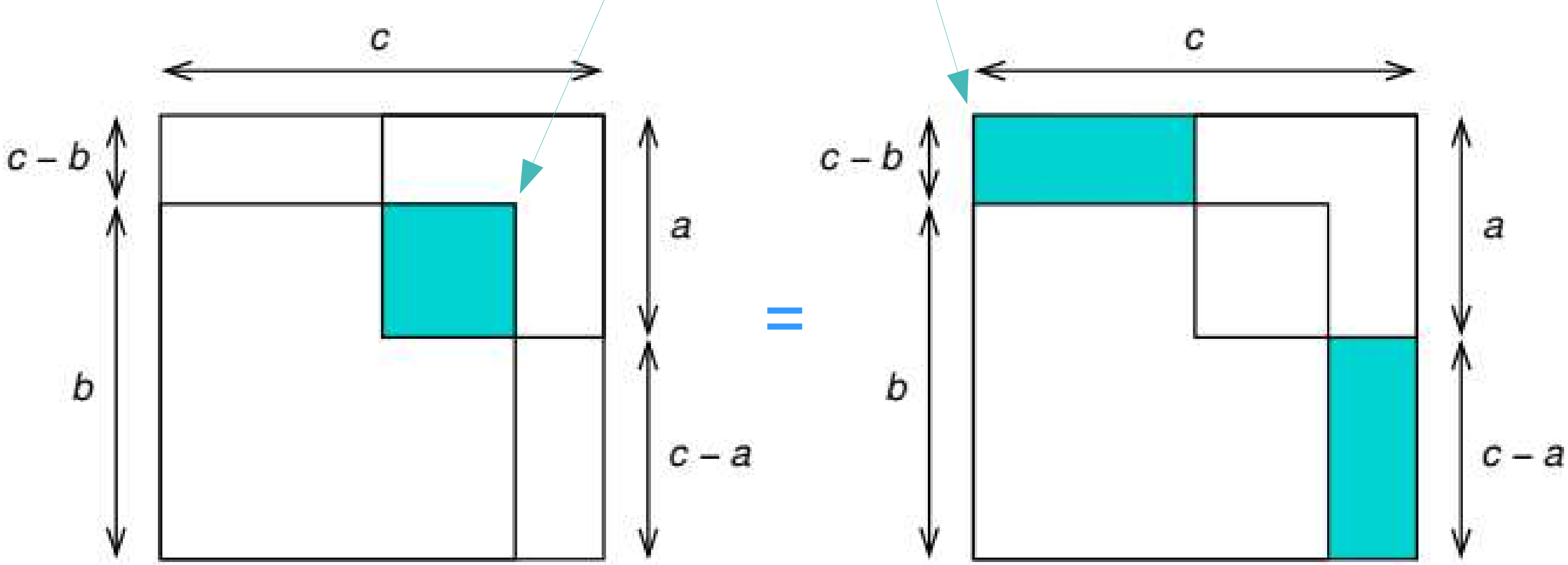
Longueur : $c = \sqrt{2(c-a)(c-b)} + (c-a) + (c-b)$



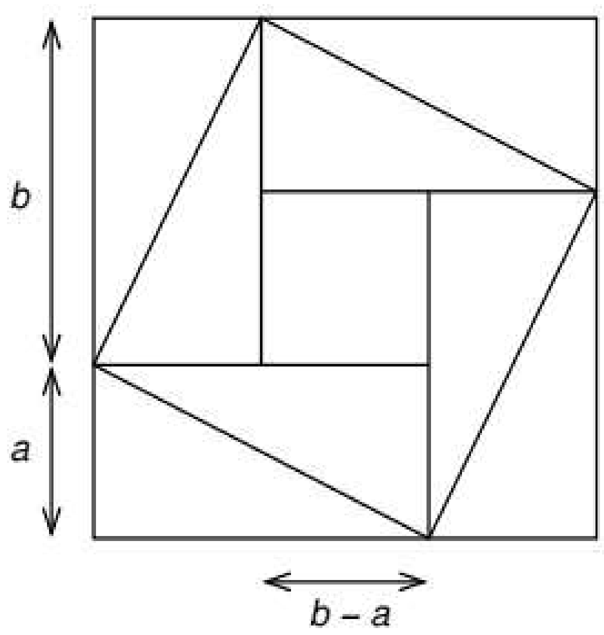
$c - a = 4$

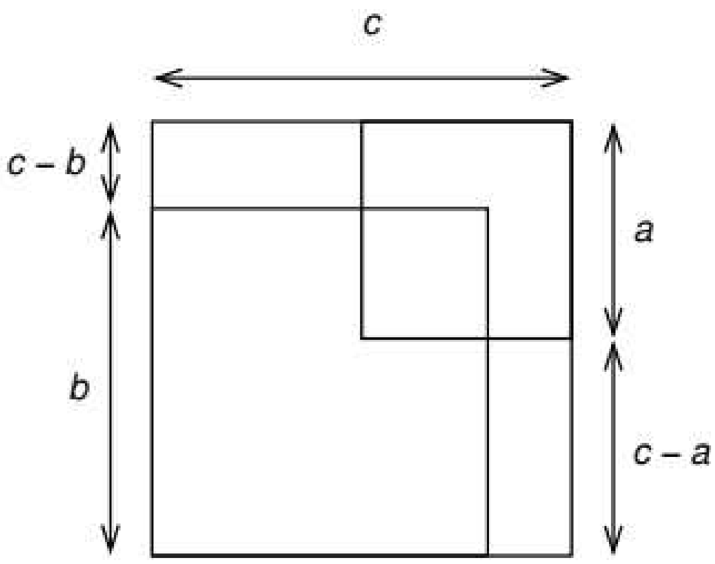
$c - b = 2$

$$a + b - c = \sqrt{2(c-a)(c-b)}$$



Les deux figures fondamentales du *Gougu*





Procédure du *Gougu* (base et hauteur)

Procédure du *Gougu* (base et hauteur)

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME LES RÉSULTATS ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.

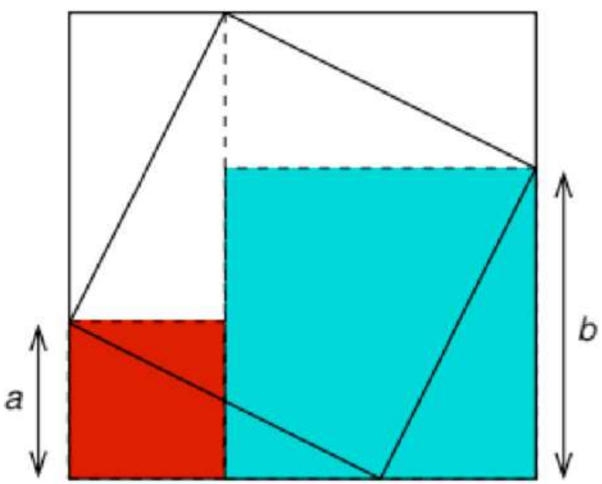
Procédure du *Gougu* (base et hauteur)

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME LES RÉSULTATS ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.

La base multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre, que chacun se conforme à sa catégorie ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux (les parties, les morceaux) qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire du carré de côté l'hypoténuse.

Procédure du *Gougu* (base et hauteur)

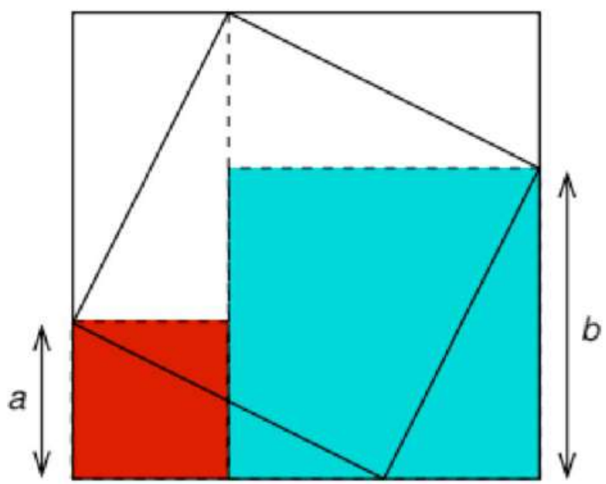
BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME LES RÉSULTATS ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.

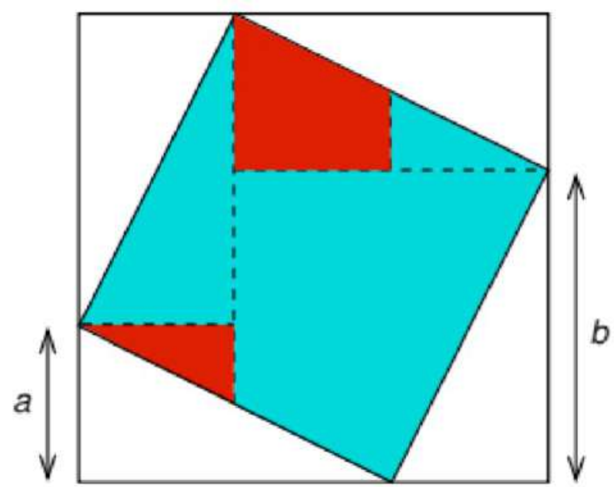


La base multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre, que chacun se conforme à sa catégorie ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux (les parties, les morceaux) qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire du carré de côté l'hypoténuse.

Procédure du *Gougu* (base et hauteur)

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME LES RÉSULTATS ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.

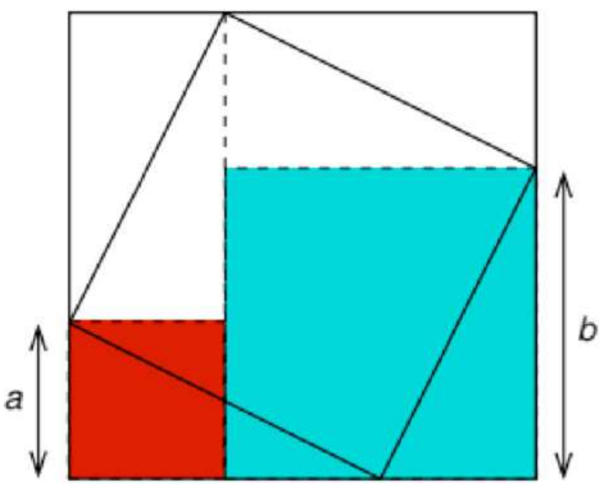


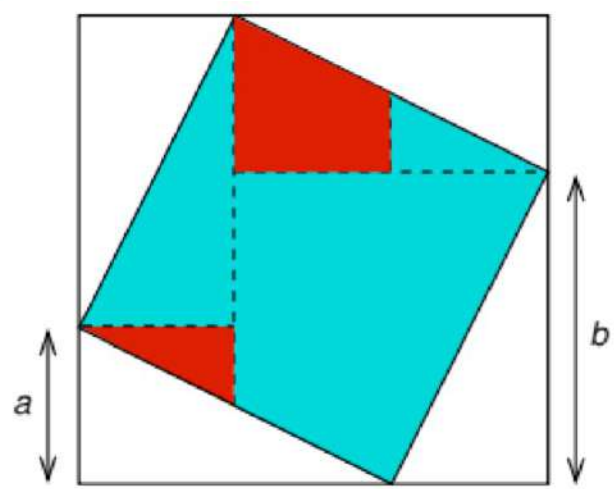


La base multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre, que chacun se conforme à sa catégorie ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux (les parties, les morceaux) qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire du carré de côté l'hypoténuse.

Procédure du *Gougu* (base et hauteur)

BASE (*GOU*) ET HAUTEUR (*GU*) ÉTANT CHACUNE MULTIPLIÉE PAR ELLE-MÊME, ON SOMME LES RÉSULTATS ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE, CE QUI DONNE L'HYPOTÉNUSE.





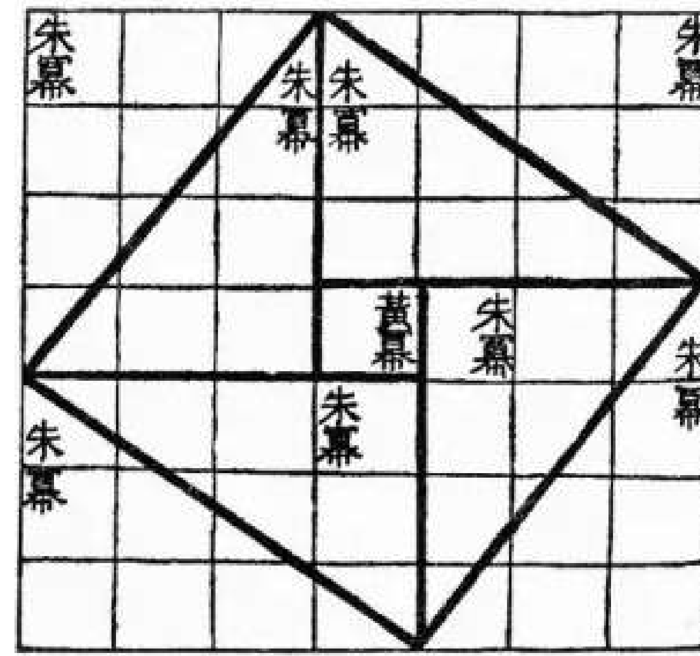
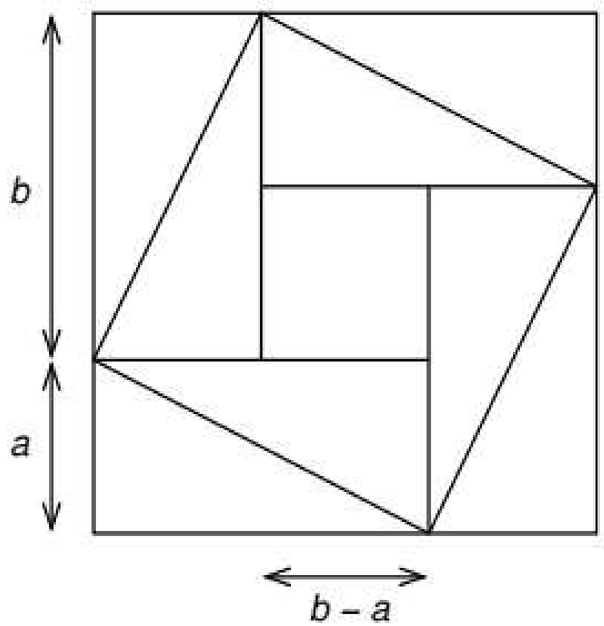
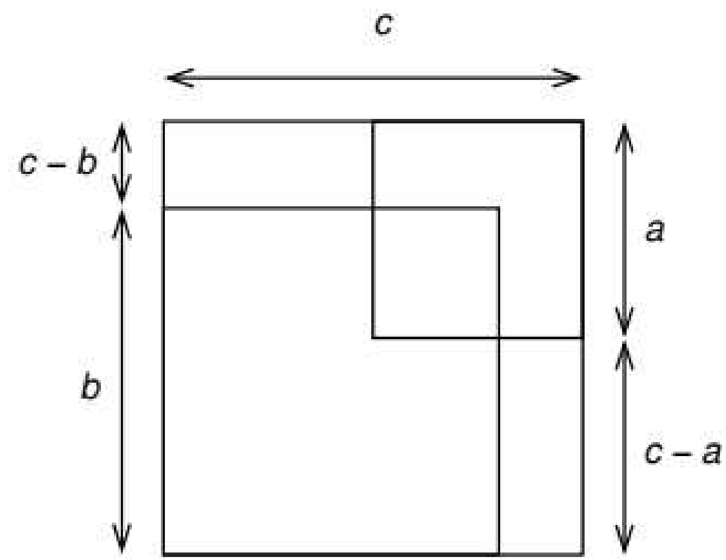


Figure de l'Hypoténuse

Zhoubi Suanjing
Dynastie Han (-202/220)

Les deux figures fondamentales du *Gougu*





Problème (9.11)

Problème (9.11)

SUPPOSONS QU'ON AIT UNE PORTE A UN BATTANT DONT LA HAUTEUR DÉPASSE LA LARGEUR DE 6 *CHI* 8 *CUN* ET DONT DEUX COINS OPPOSÉS SONT A UNE DISTANCE D'EXACTEMENT 1 *ZHANG* L'UN DE L'AUTRE.
ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT LA HAUTEUR ET LA LARGEUR DE LA PORTE.

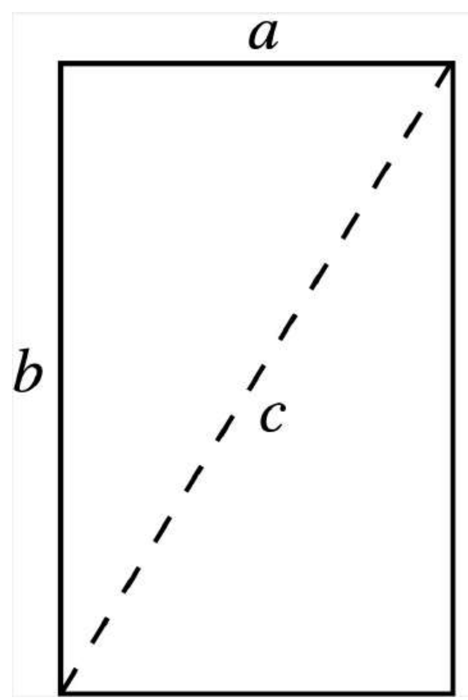
Précision :
1 *ZHANG* = 10 *CHI* = 100 *CUN*

Problème (9.11)

SUPPOSONS QU'ON AIT UNE PORTE A UN BATTANT DONT LA HAUTEUR DÉPASSE LA LARGEUR DE 6 *CHI* 8 *CUN* ET DONT DEUX COINS OPPOSÉS SONT A UNE DISTANCE D'EXACTEMENT 1 *ZHANG* *L'UN* DE L'AUTRE.
ON DEMANDE COMBIEN VALENT RESPECTIVEMENT LA HAUTEUR ET LA LARGEUR DE LA PORTE.

RÉPONSE:

LA LARGEUR VAUT 2 *CHI* 8 *CUN*;
LA HAUTEUR 9 *CHI* 6 *CUN*.



$$b - a = 68$$
$$c = 100$$

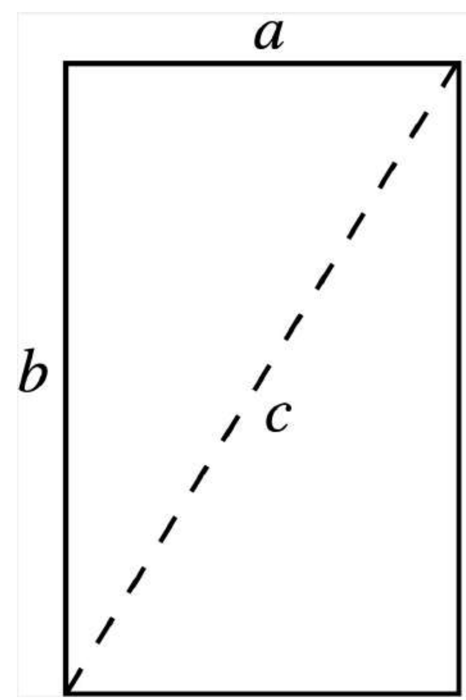
Problème (9.11)

PROCÉDURE:

ON EFFECTUE LA MULTIPLICATION DE 1 *ZHANG* PAR LUI-MÊME, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ON PREND LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, ON EN EFFECTUE LA MULTIPLICATION PAR ELLE-MÊME, ON DOUBLE CECI, ET ON SOUSTRAIT DU DIVIDENDE; ON PREND LA MOITIÉ DE CE RESTE, ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

ON SOUSTRAIT DE CE QU'ON OBTIENT LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, CE QUI DONNE LA LARGEUR ;

ON Y AJOUTE LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, CE QUI DONNE LA HAUTEUR DE LA PORTE.



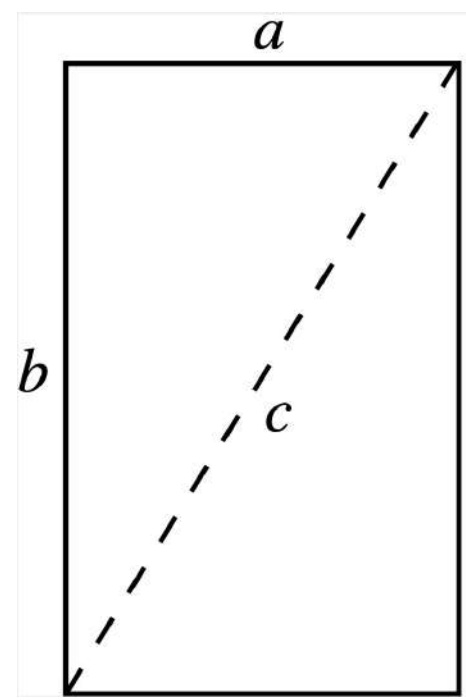
$$b - a = 68$$
$$c = 100$$

Problème (9.11)

PROCÉDURE:

ON EFFECTUE LA MULTIPLICATION DE 1 *ZHANG* PAR LUI-MÊME, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ON PREND LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, ON EN EFFECTUE LA MULTIPLICATION PAR ELLE-MÊME, ON DOUBLE CECI, ET ON SOUSTRAIT DU DIVIDENDE; ON PREND LA MOITIÉ DE CE RESTE, ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}}$$



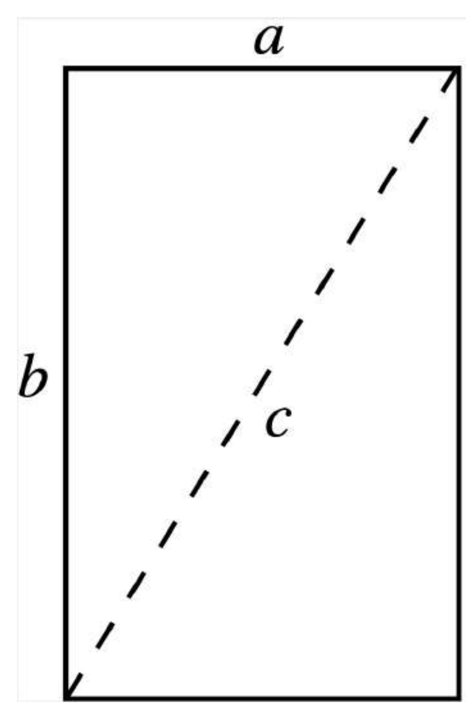
$$b - a = 68$$
$$c = 100$$

Problème (9.11)

PROCÉDURE:

ON EFFECTUE LA MULTIPLICATION DE 1 *ZHANG* PAR LUI-MÊME, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ON PREND LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, ON EN EFFECTUE LA MULTIPLICATION PAR ELLE-MÊME, ON DOUBLE CECI, ET ON SOUSTRAIT DU DIVIDENDE; ON PREND LA MOITIÉ DE CE RESTE, ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

$$\sqrt{\frac{\boxed{c^2} - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}}$$



$b - a = 68$

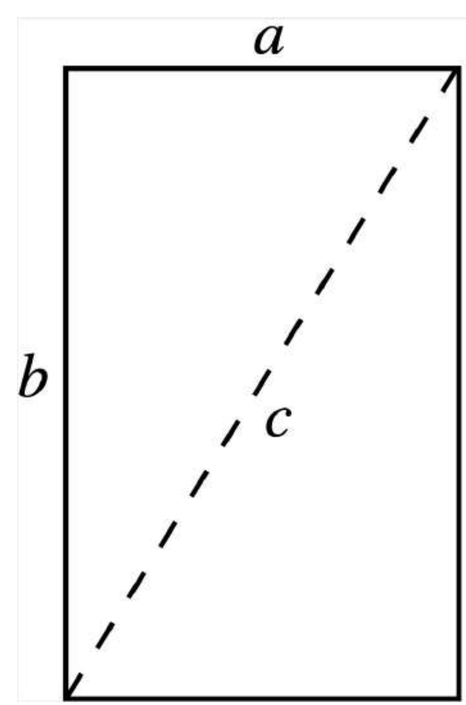
$c = 100$

Problème (9.11)

PROCÉDURE:

ON EFFECTUE LA MULTIPLICATION DE 1 *ZHANG* PAR LUI-MÊME, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ON PREND LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, ON EN EFFECTUE LA MULTIPLICATION PAR ELLE-MÊME, ON DOUBLE CECI, ET ON SOUSTRAIT DU DIVIDENDE; ON PREND LA MOITIÉ DE CE RESTE, ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

$$\sqrt{\frac{\boxed{c^2} - \boxed{2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}}{2}}$$



$b - a = 68$

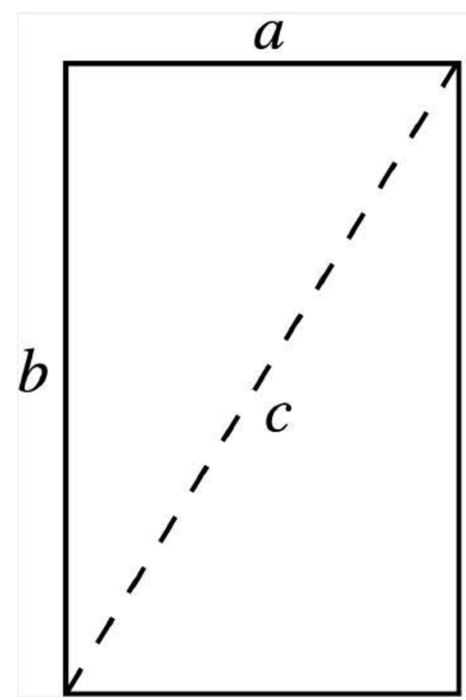
$c = 100$

Problème (9.11)

PROCÉDURE:

ON EFFECTUE LA MULTIPLICATION DE 1 *ZHANG* PAR LUI-MÊME, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ON PREND LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, ON EN EFFECTUE LA MULTIPLICATION PAR ELLE-MÊME, ON DOUBLE CECI, ET ON SOUSTRAIT DU DIVIDENDE; ON PREND LA MOITIÉ DE CE RESTE, ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}}$$



$$b - a = 68$$
$$c = 100$$

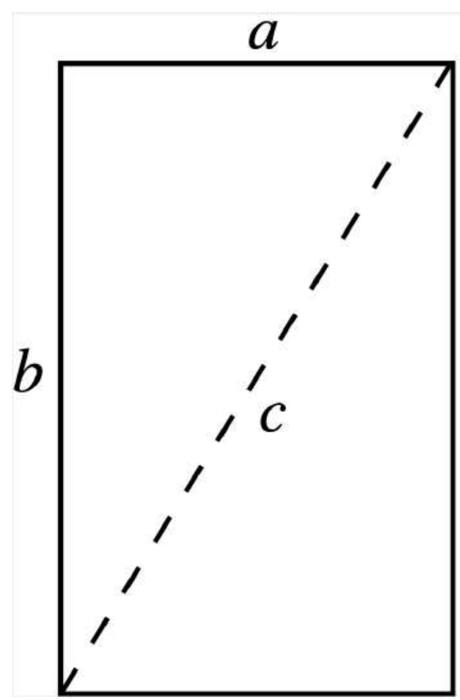
Problème (9.11)

PROCÉDURE:

ON EFFECTUE LA MULTIPLICATION DE 1 *ZHANG* PAR LUI-MÊME, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ON PREND LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, ON EN EFFECTUE LA MULTIPLICATION PAR ELLE-MÊME, ON DOUBLE CECI, ET ON SOUSTRAIT DU DIVIDENDE; ON PREND LA MOITIÉ DE CE RESTE, ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

ON SOUSTRAIT DE CE QU'ON OBTIENT LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, CE QUI DONNE LA LARGEUR ;

ON Y AJOUTE LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, CE QUI DONNE LA HAUTEUR DE LA PORTE.



$$b - a = 68$$
$$c = 100$$

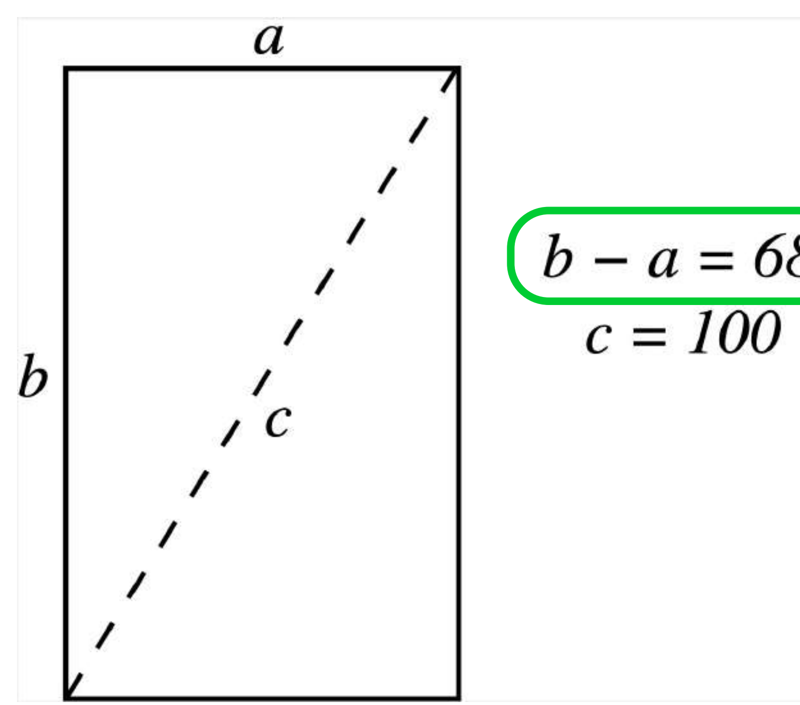
Problème (9.11)

PROCÉDURE:

ON EFFECTUE LA MULTIPLICATION DE 1 *ZHANG* PAR LUI-MÊME, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ON PREND LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, ON EN EFFECTUE LA MULTIPLICATION PAR ELLE-MÊME, ON DOUBLE CECI, ET ON SOUSTRAIT DU DIVIDENDE; ON PREND LA MOITIÉ DE CE RESTE, ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

ON SOUSTRAIT DE CE QU'ON OBTIENT LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, CE QUI DONNE LA LARGEUR ;

ON Y AJOUTE LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, CE QUI DONNE LA HAUTEUR DE LA PORTE.



$b - a = 68$

$c = 100$

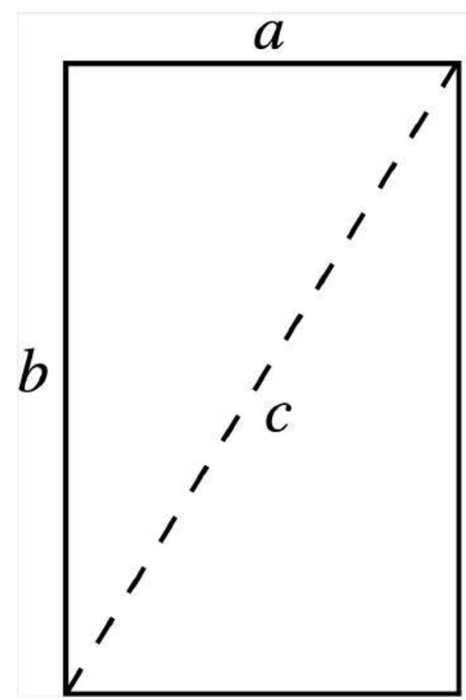
Problème (9.11)

PROCÉDURE:

ON EFFECTUE LA MULTIPLICATION DE 1 *ZHANG* PAR LUI-MÊME, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ON PREND LA MOITIÉ DE CE DONT L'UNE DÉPASSE L'AUTRE, ON EN EFFECTUE LA MULTIPLICATION PAR ELLE-MÊME, ON DOUBLE CECI, ET ON SOUSTRAIT DU DIVIDENDE; ON PREND LA MOITIÉ DE CE RESTE, ET ON DIVISE CECI PAR EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE.

$$\text{Largeur} = a = \sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} - \frac{b-a}{2}$$

$$\text{Hauteur} = b = \sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} + \frac{b-a}{2}$$



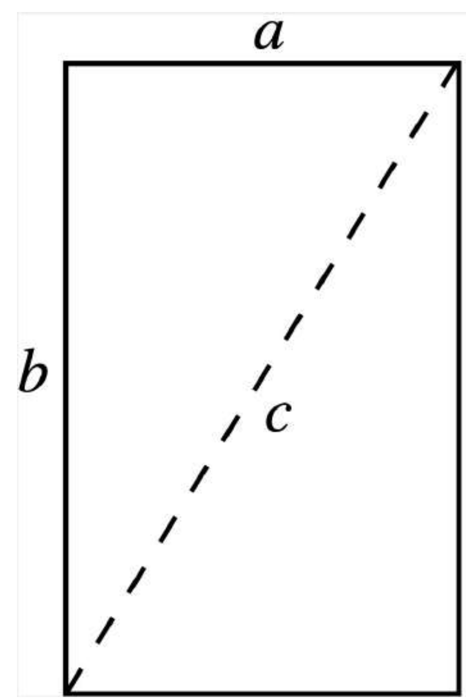
$b - a = 68$
$c = 100$

Problème (9.11)

Autrement dit, il s'agit de montrer que $\boxed{\sqrt{\frac{c^2-2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}}$

$$\text{Largeur} = a = \sqrt{\frac{c^2-2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} - \frac{b-a}{2}$$

$$\text{Hauteur} = b = \sqrt{\frac{c^2-2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} + \frac{b-a}{2}$$



$b - a = 68$

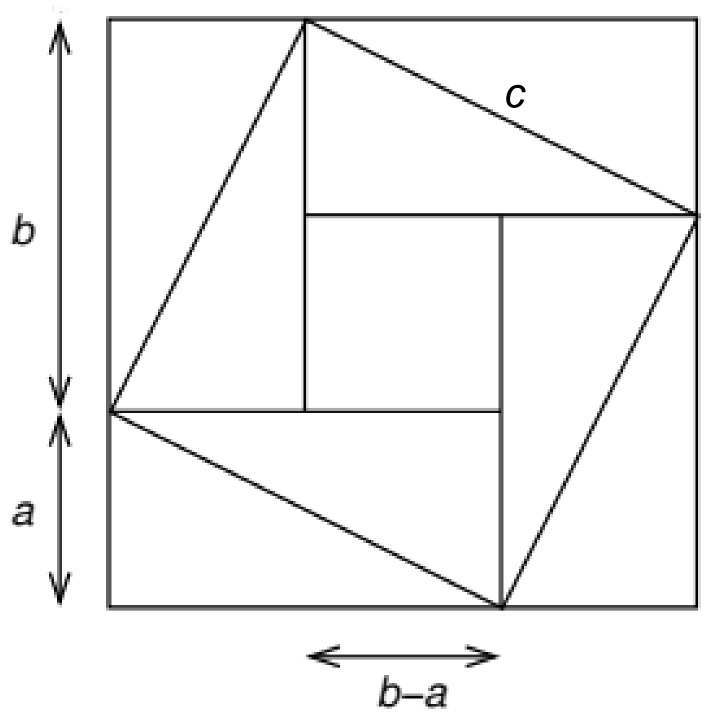
$c = 100$

Problème (9.11)

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

Problème (9.11)

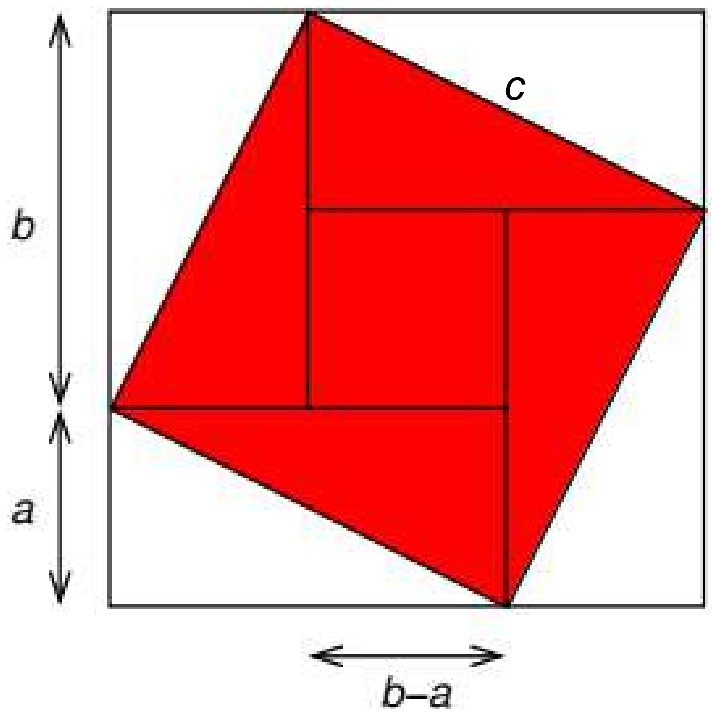
$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$



Problème (9.11)

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

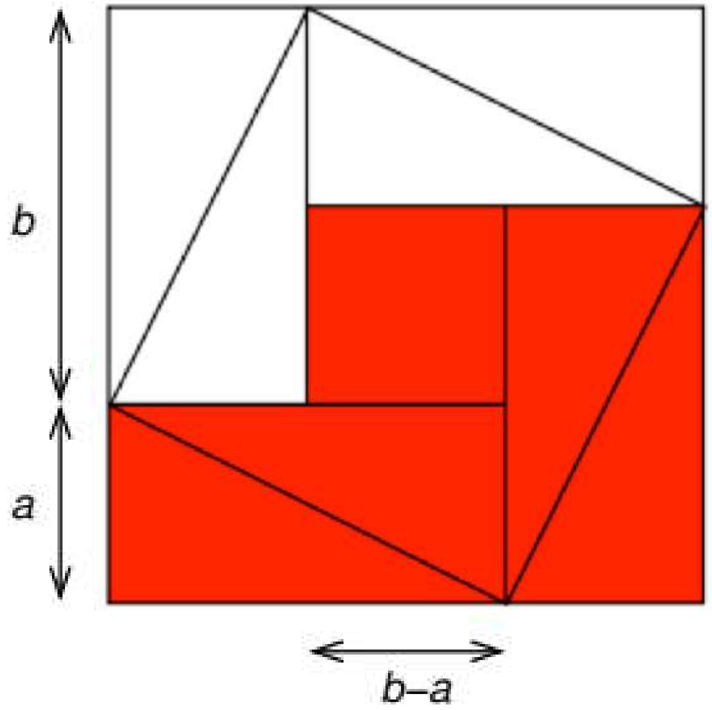
c^2 =



Problème (9.11)

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

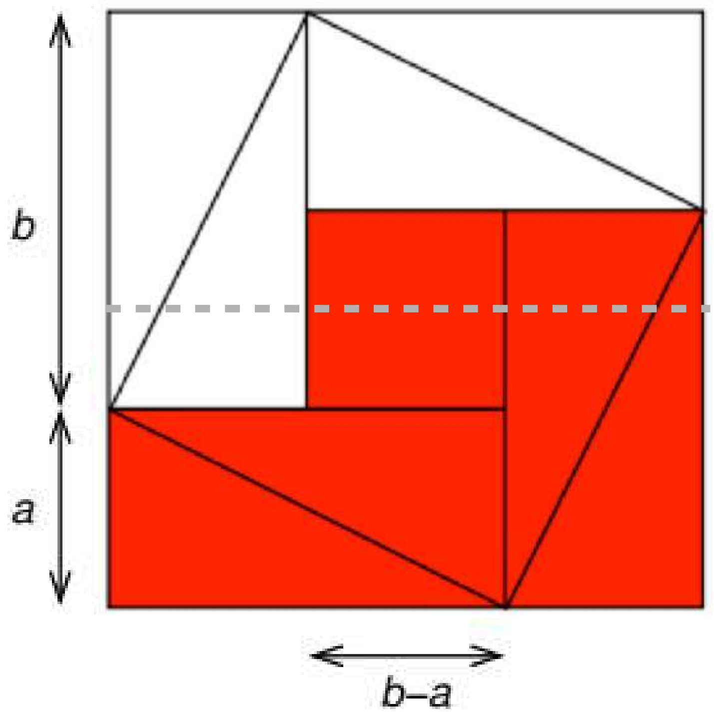
c^2 =



Problème (9.11)

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

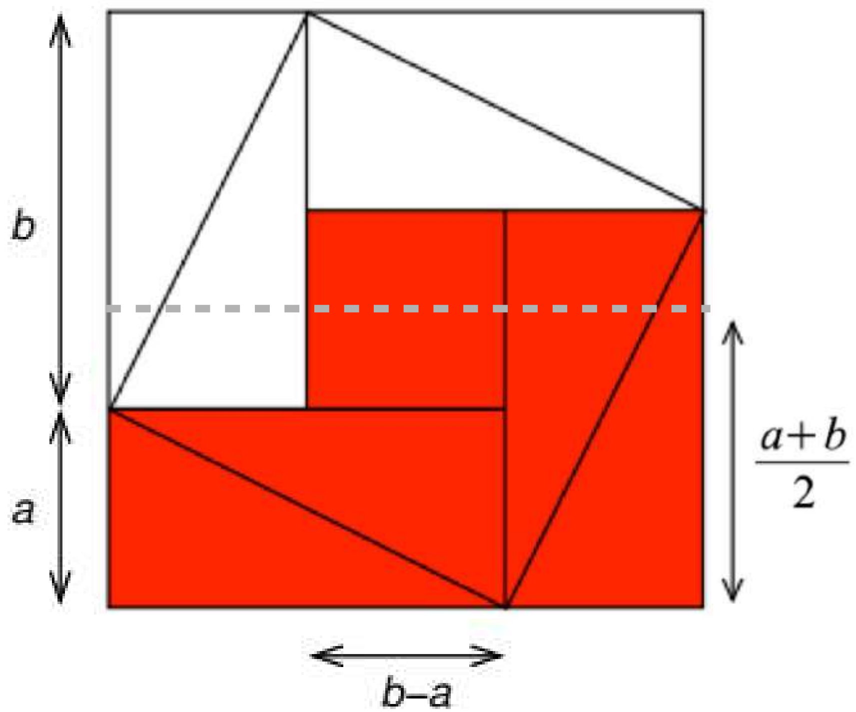
c^2 =



Problème (9.11)

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \boxed{\frac{a+b}{2}}$$

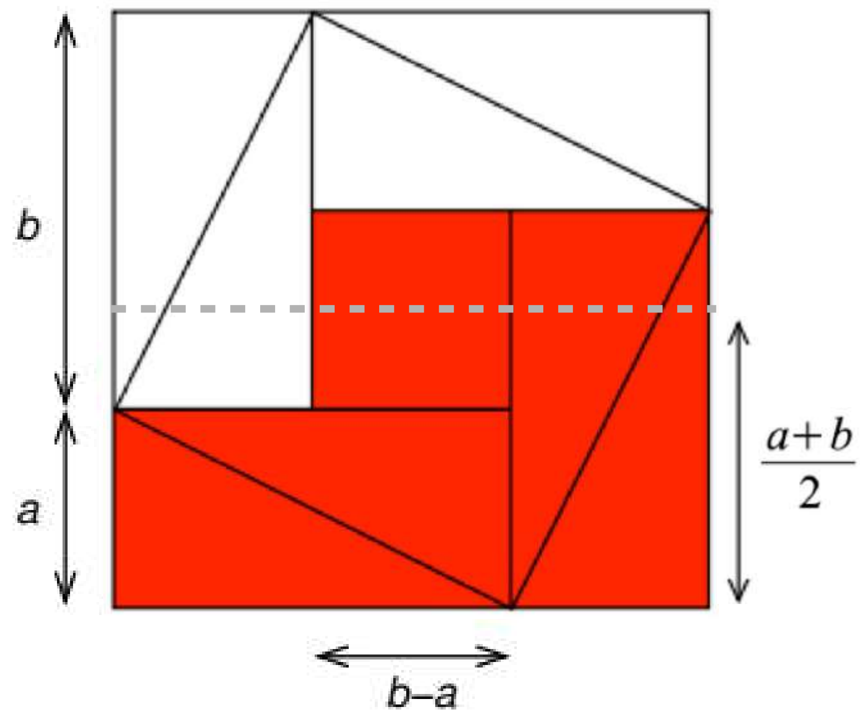
c^2 =



Problème (9.11)

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

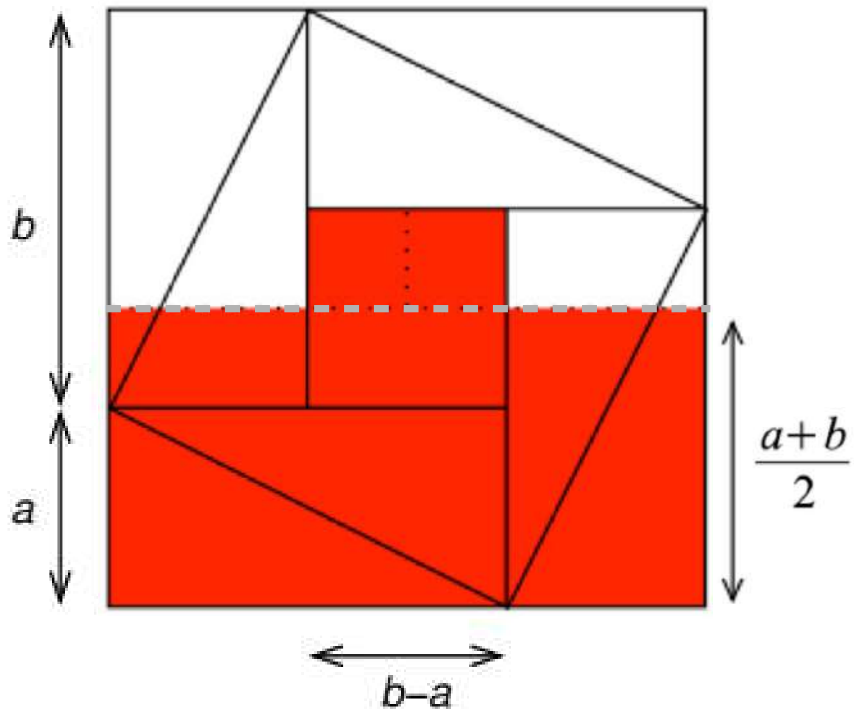
c^2 =



Problème (9.11)

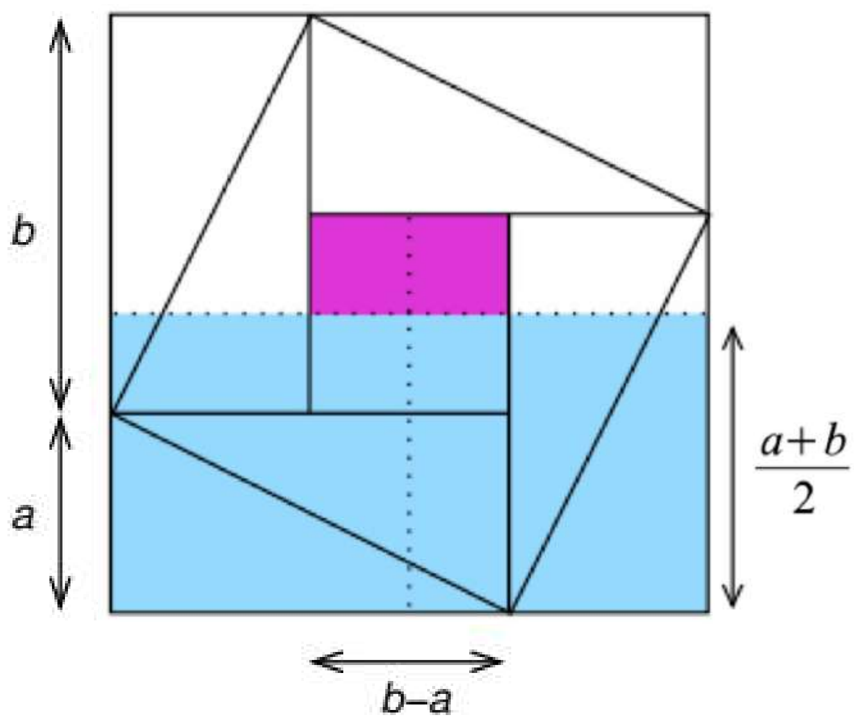
$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

c^2 =



Problème (9.11)

$c^2 =$

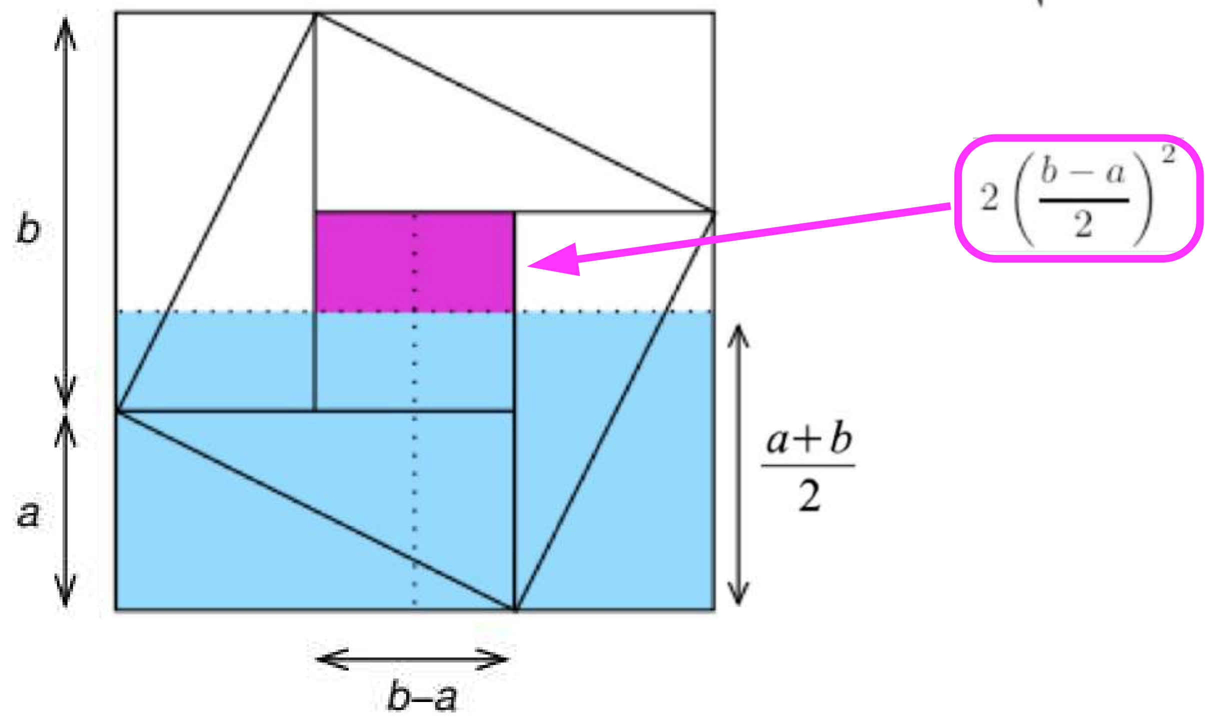


$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

Problème (9.11)

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

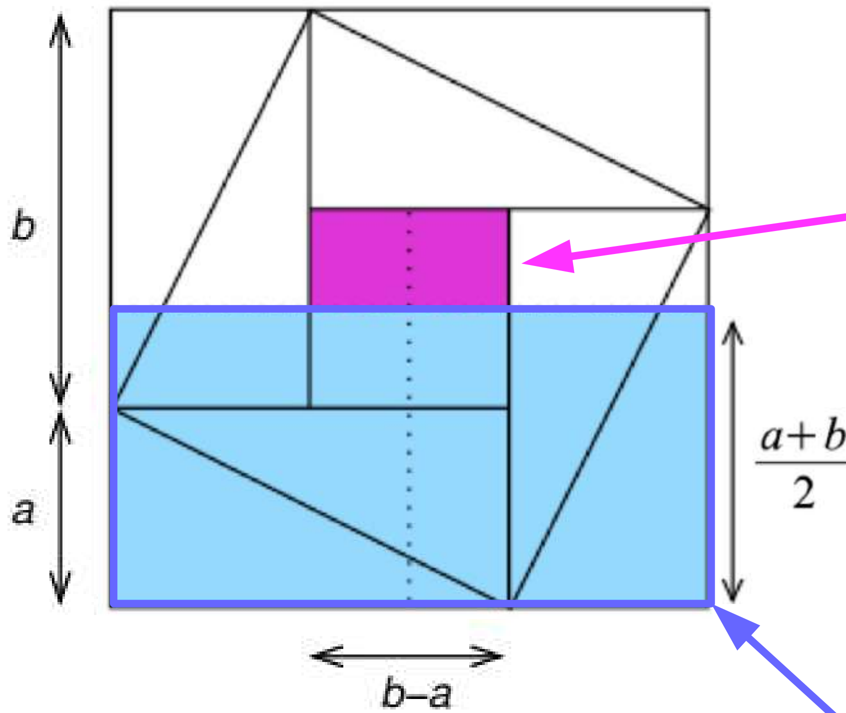
$c^2 =$



Problème (9.11)

$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

$c^2 =$



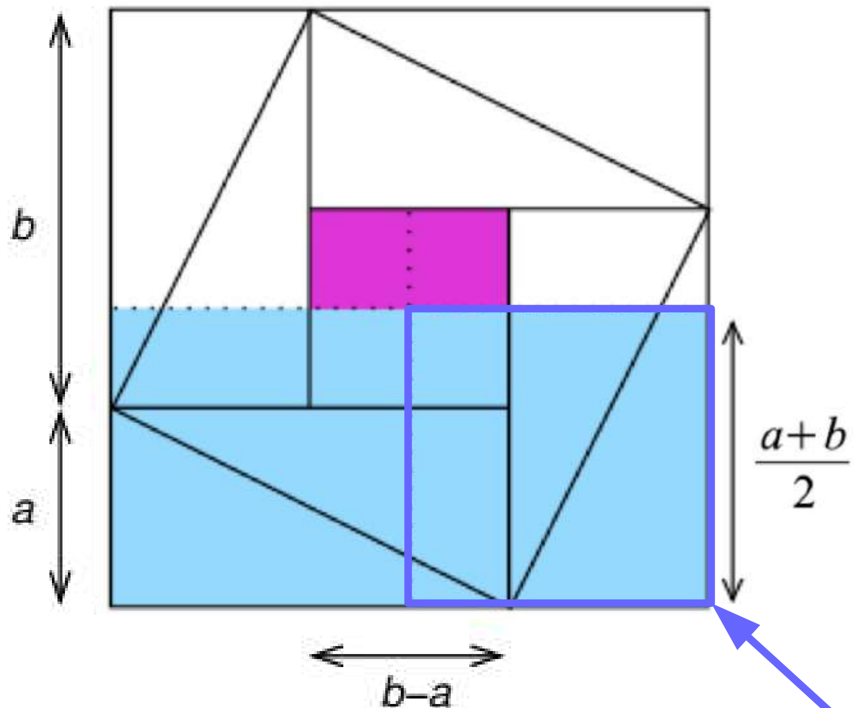
$$2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2$$

$$c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2$$

Problème (9.11)

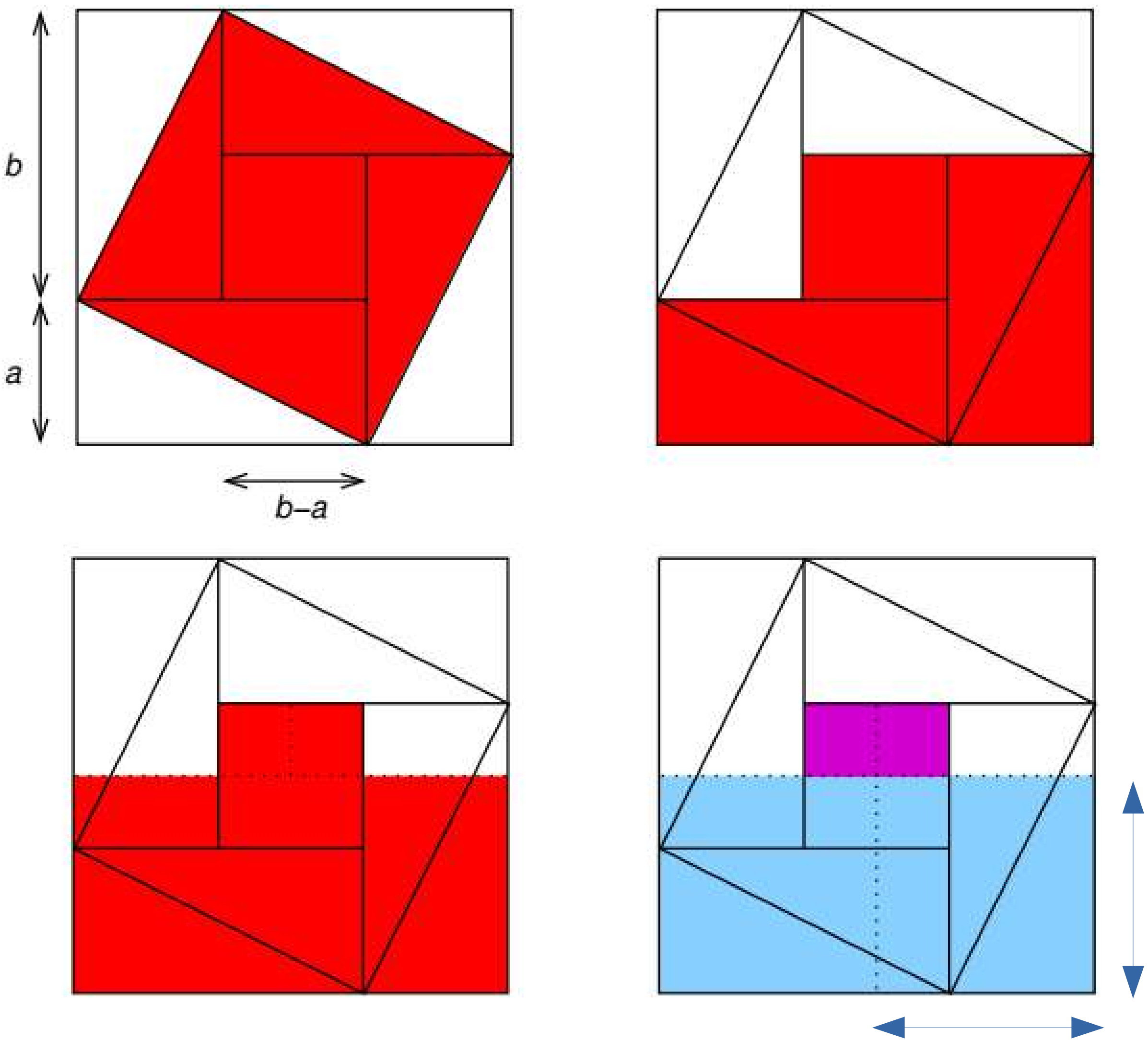
$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

$c^2 =$



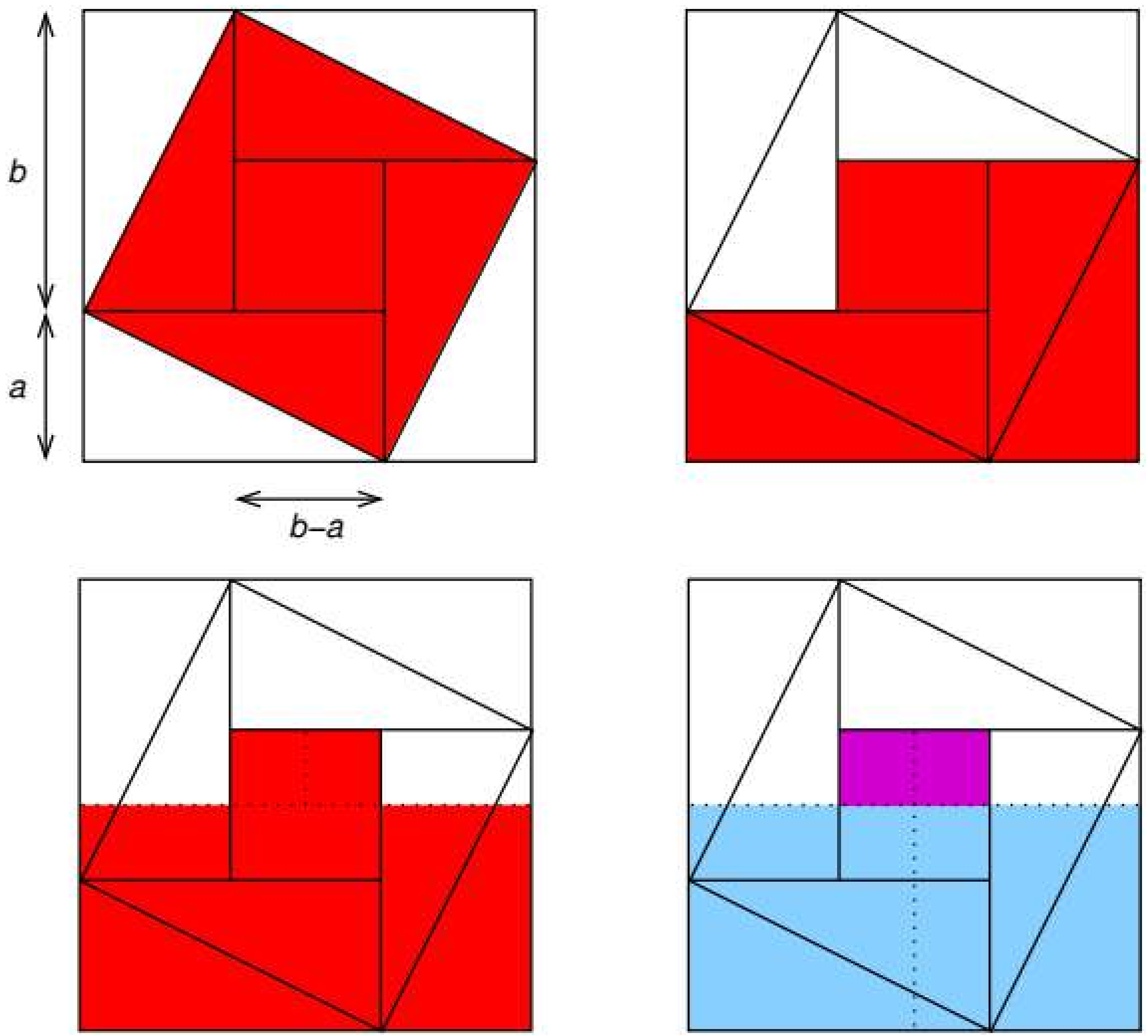
$$\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}$$

Problème (9.11)



$$\sqrt{\frac{c^2 - 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$$

Problème (9.11)



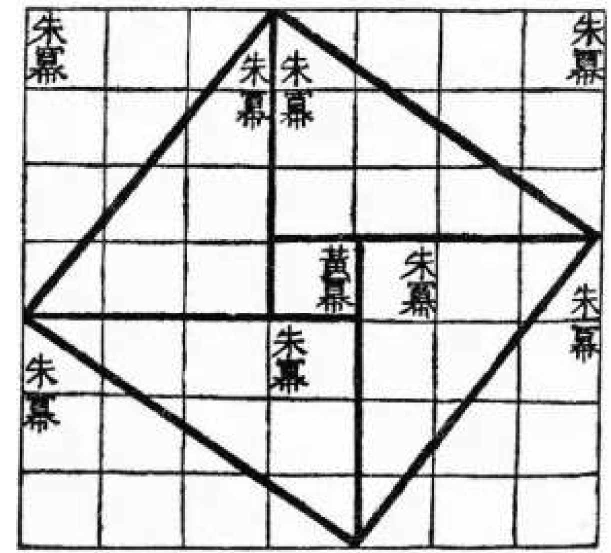


Figure de l'Hypoténuse

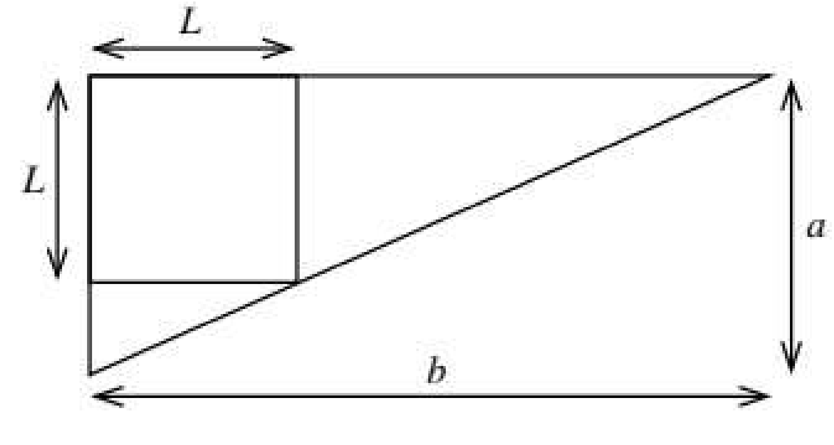
Zhoubi Suanjing
(Classique mathématique du Gnomon des Zhou)

Dynastie Han (-202/220)

Problème (9.14)

Problème (9.14)

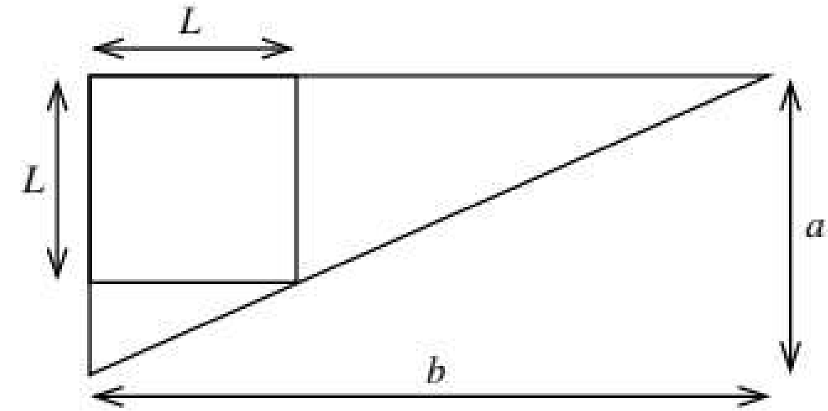
SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.



Problème (9.14)

SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

RÉPONSE: LE CÔTÉ DU CARRÉ VAUT 3 *BU* 9/17 DE *BU*.



Problème (9.14)

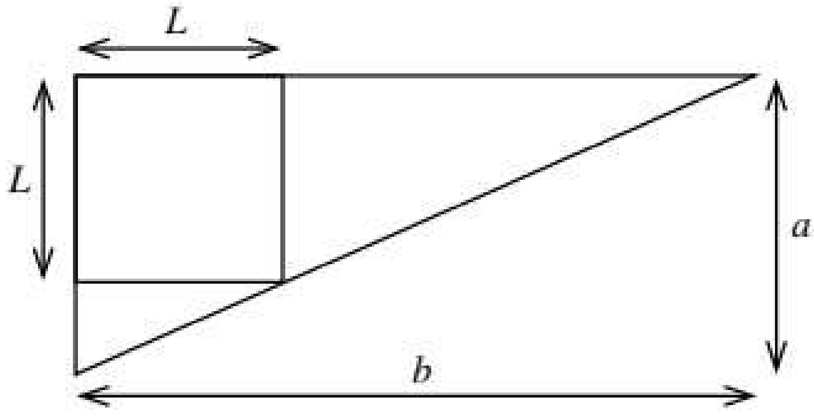
SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

RÉPONSE: LE CÔTÉ DU CARRÉ VAUT 3 *BU* 9/17 DE *BU*.

PROCÉDURE:
ON SOMME LA BASE ET LA HAUTEUR, CE QUI FAIT LE DIVISEUR.
BASE ET HAUTEUR SONT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, CE QUI FAIT LE DIVIDENDE. ET EN EFFECTUANT LA DIVISION DU DIVIDENDE PAR LE DIVISEUR, ON OBTIENT LE CÔTÉ DU CARRÉ EN *BU*.

Autrement dit :

$$L = ab \,/\, (a + b)$$



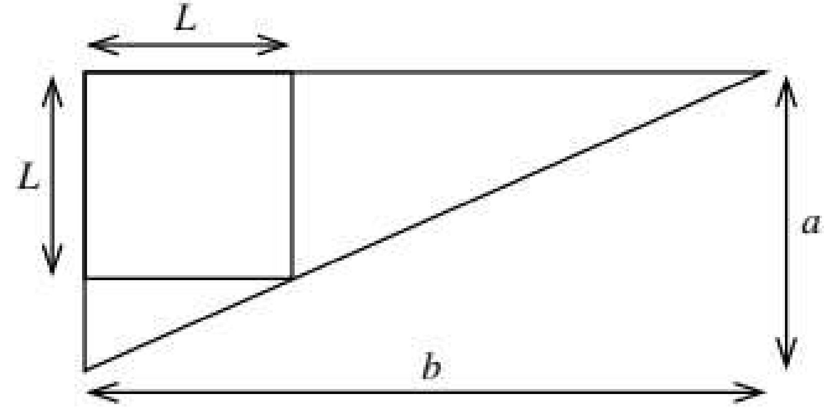
Problème (9.14)

SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

Liu Hui propose deux justifications :

1. Similitudes des triangles rectangles :

De chacun des deux côtés du carré, sont respectivement engendrées une petite base et une petite hauteur, et la situation de leur relation l'une avec l'autre n'a pas perdu les lü d'origine.



Problème (9.14)

SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*. ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

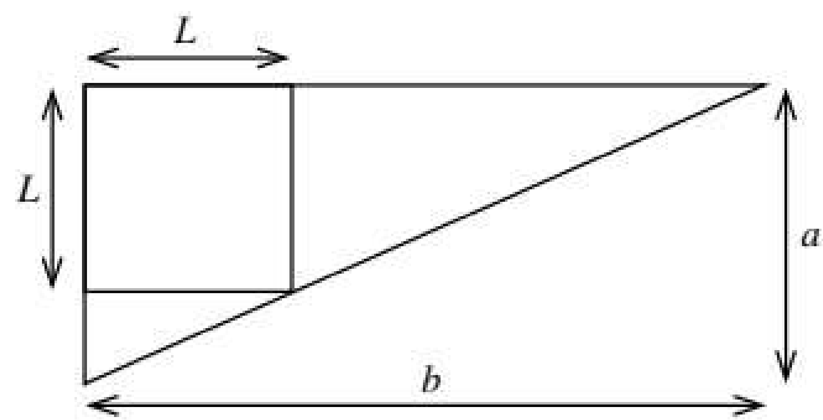
Liu Hui propose deux justifications :

1. Similitudes des triangles rectangles :

De chacun des deux côtés du carré, sont respectivement engendrées une petite base et une petite hauteur, et la situation de leur relation l'une avec l'autre n'a pas perdu les lü d'origine.

Lü = Notion qui exprime un rapport de proportionnalité entre deux objets mathématiques (nombres, figures géométriques, etc)

Liu Hui : *Chaque fois que des quantités sont données en relation les unes avec les autres, on les appelle des lü.*



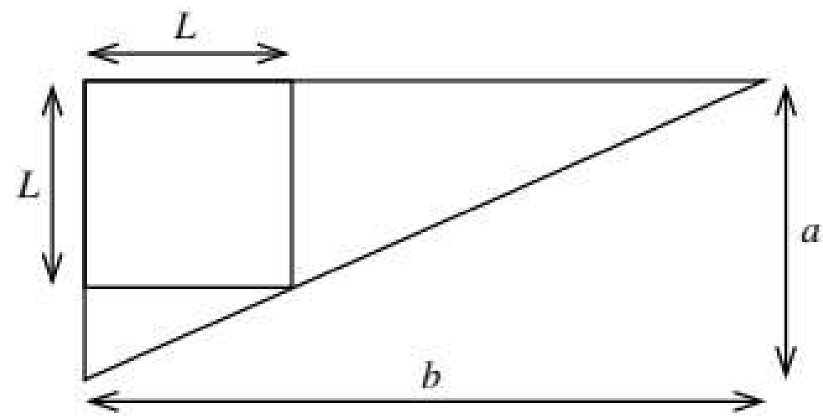
Problème (9.14)

SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

Liu Hui propose deux justifications :

1. Similitudes des triangles rectangles :

De chacun des deux côtés du carré, sont respectivement engendrées une petite base et une petite hauteur, et la situation de leur relation l'une avec l'autre n'a pas perdu les lü d'origine.



Problème (9.14)

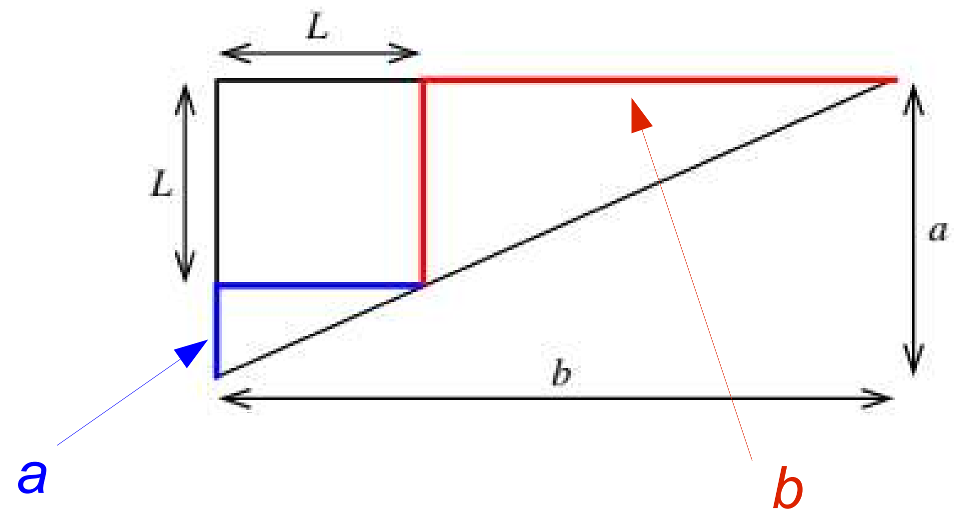
SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

Liu Hui propose deux justifications :

1. Similitudes des triangles rectangles :

De chacun des deux côtés du carré, sont respectivement engendrées une petite base et une petite hauteur, et la situation de leur relation l'une avec l'autre n'a pas perdu les lü d'origine.

i.e. ces 2 triangles sont semblables au 'grand' triangle



Problème (9.14)

SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

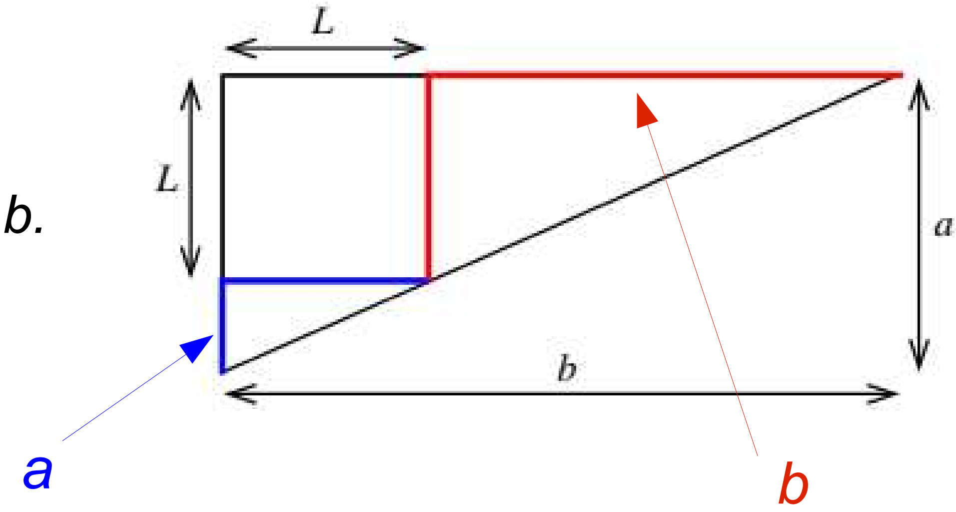
Liu Hui propose deux justifications :

1. Similitudes des triangles rectangles :

De chacun des deux côtés du carré, sont respectivement engendrées une petite base et une petite hauteur, et la situation de leur relation l'une avec l'autre n'a pas perdu les lü d'origine.

i.e. ces 2 triangles sont semblables au 'grand' triangle, donc

$b / (a+b) = L / a$ et $a / (a+b) = L / b$.



Ainsi,

$$\boxed{L = ab / (a + b)}$$

Problème (9.14)

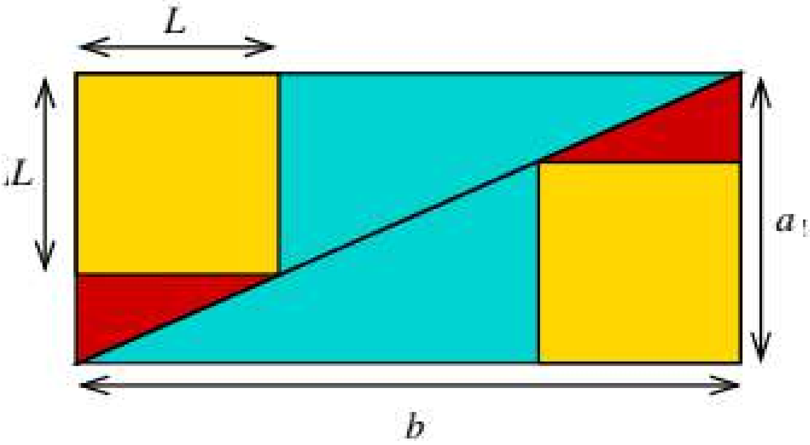
SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

Liu Hui propose deux justifications :

2. En se ramenant au *rectangle* (cf chapitre 1) :

Quand base et hauteur sont multipliées l'une par l'autre, cela fait des surfaces vermillon, bleu-vert et jaunes, chacune en 2 exemplaires.

ab



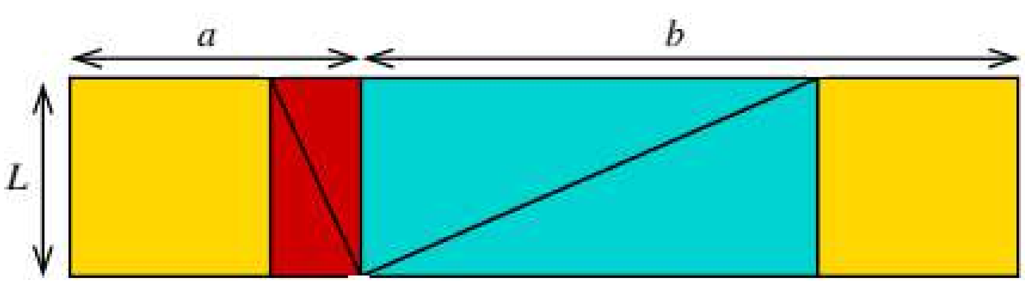
Problème (9.14)

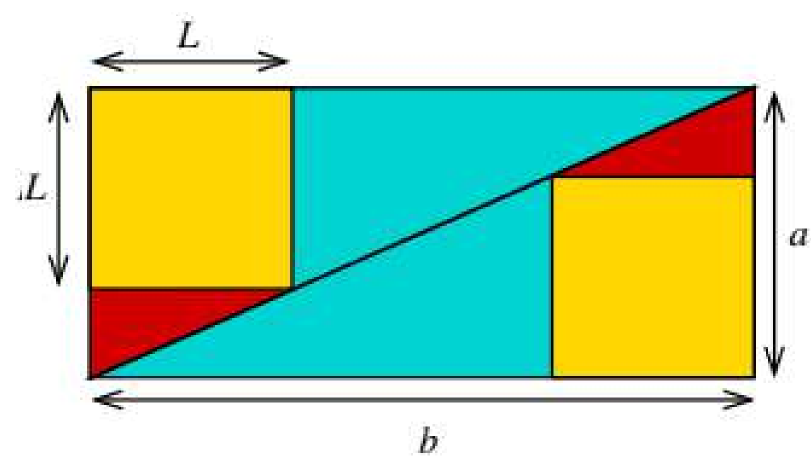
SUPPOSONS QUE LA BASE VAILLE 5 *BU* ET LA HAUTEUR 12 *BU*.
ON DEMANDE COMBIEN VAUT LE CÔTÉ DU CARRÉ INSCRIT À L'INTÉRIEUR DE LA BASE.

Liu Hui propose deux justifications :

2. En se ramenant au *rectangle* (cf chapitre 1) :

[…] en tout, cela engendre la surface d'un rectangle. Le côté du carré inscrit, jaune, en fait la largeur; la somme de la base et de la hauteur en fait la longueur.



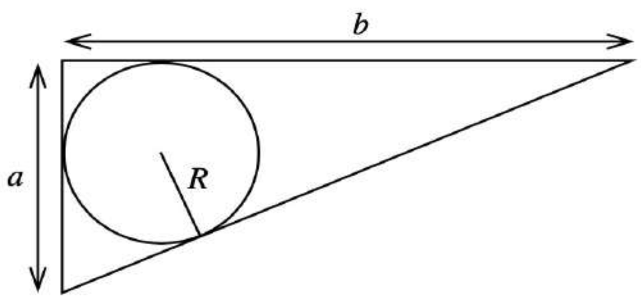


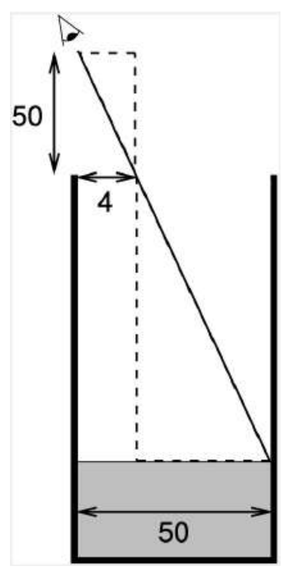
$L(a + b) = ab$

Le Neuvième Chapitre...

- Identité de Pythagore (*Gougu*)

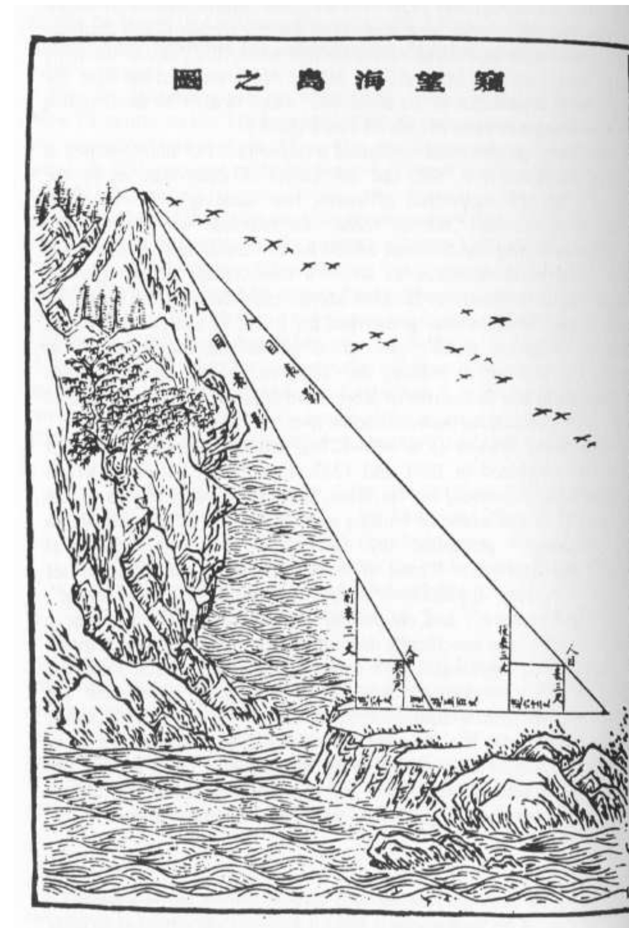
- Similitudes des triangles rectangles (théorème de Thalès)





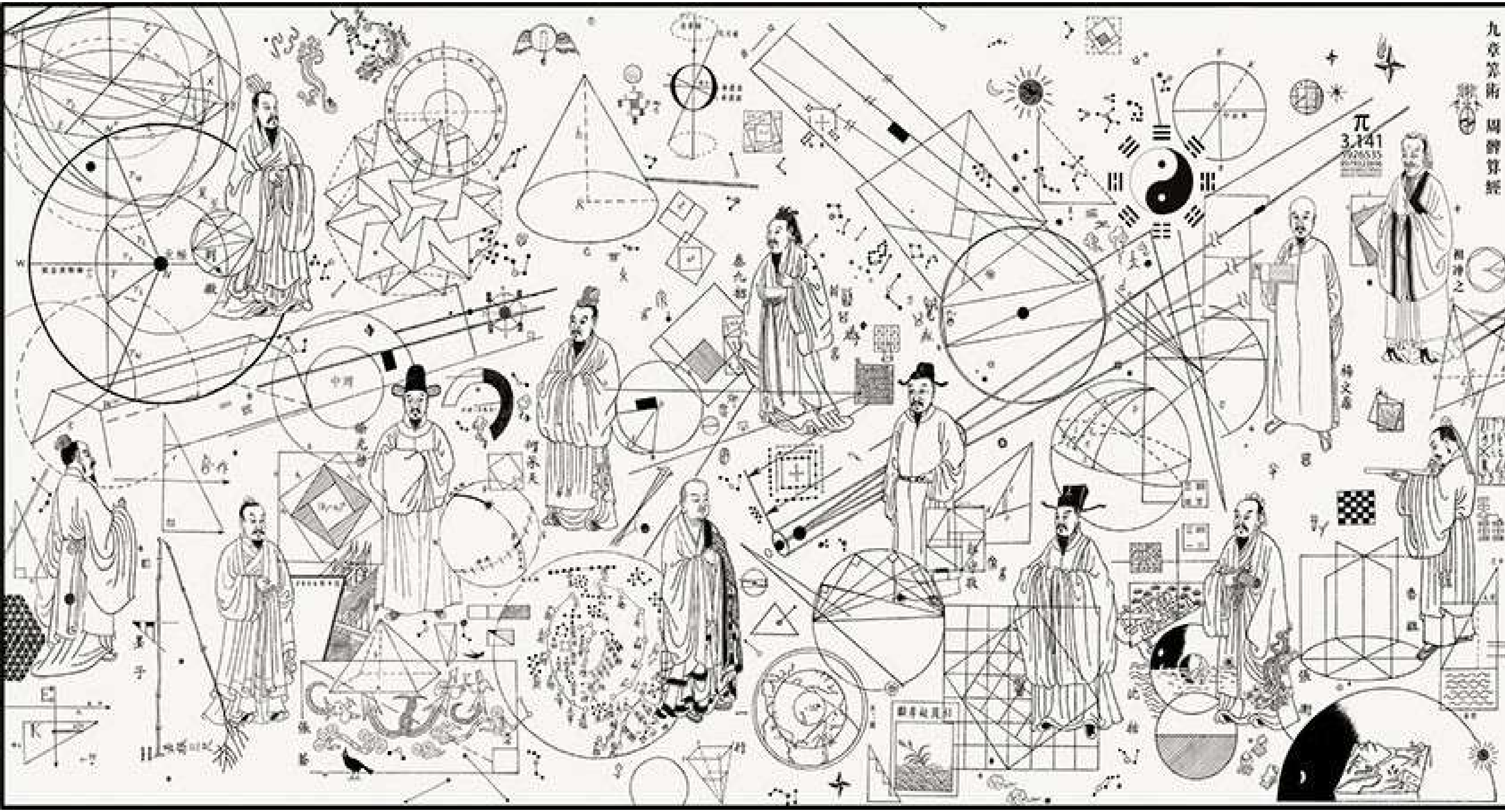
- Problèmes de visée

- Equations quadratiques



Manuel mathématique de l'île de la mer
Liu Hui, 263

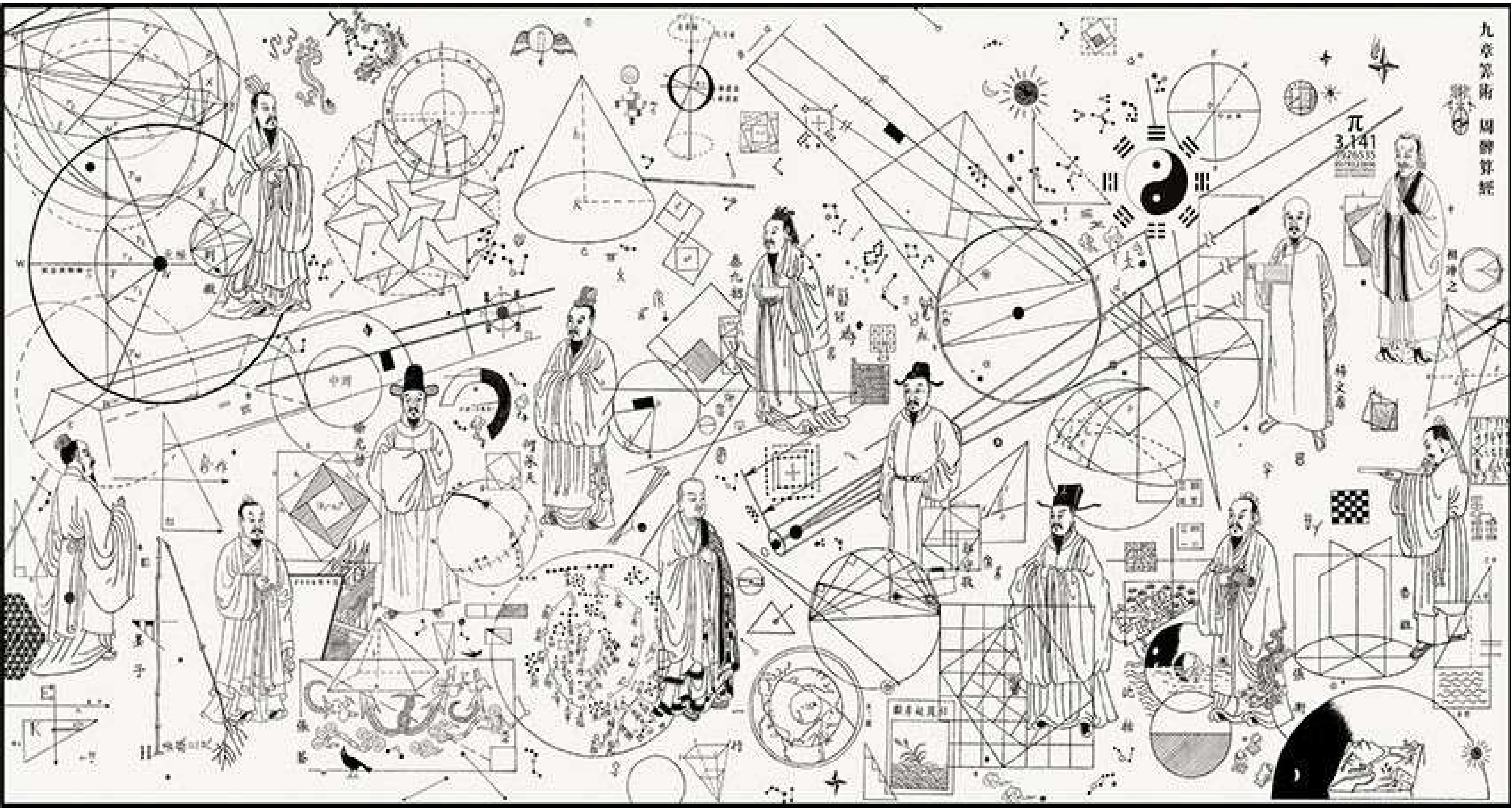
Merci (谢谢) pour votre attention et votre participation !



https://neufchap.hypotheses.org/

Aperçu du Chapitre 5

Les trois solides élémentaires



Le chapitre 5 contient 28 problèmes, qui sont principalement des calculs de volume de divers solides.

Problème (5.10) est par exemple dédié à la pyramide tronquée à base carrée : si *l* et *L* désignent les côtés des carrés supérieurs et inférieurs, respectivement, et si *h* désigne la hauteur, le volume *V* est donné par

$$V = \frac{1}{3}(l^2 + l \times L + L^2) \times h.$$

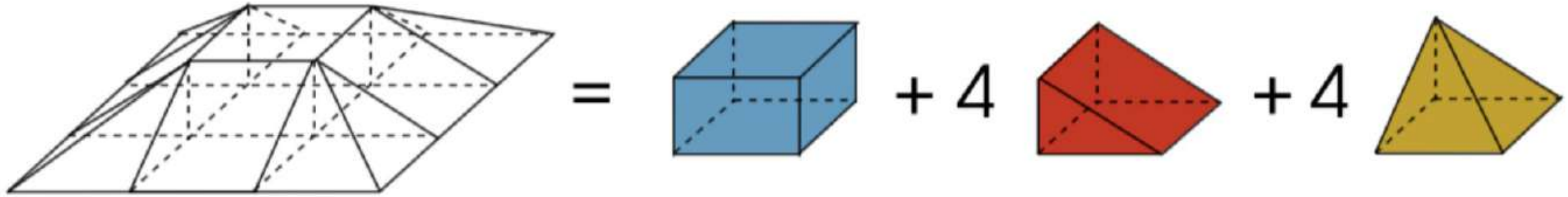
Le chapitre 5 contient 28 problèmes, qui sont principalement des calculs de volume de divers solides.

Problème (5.10) est par exemple dédié à la pyramide tronquée à base carrée : si *l* et *L* désignent les côtés des carrés supérieurs et inférieurs, respectivement, et si *h* désigne la hauteur, le volume *V* est donné par

$$V = \frac{1}{3}(l^2 + l \times L + L^2) \times h.$$

La justification de Liu Hui :

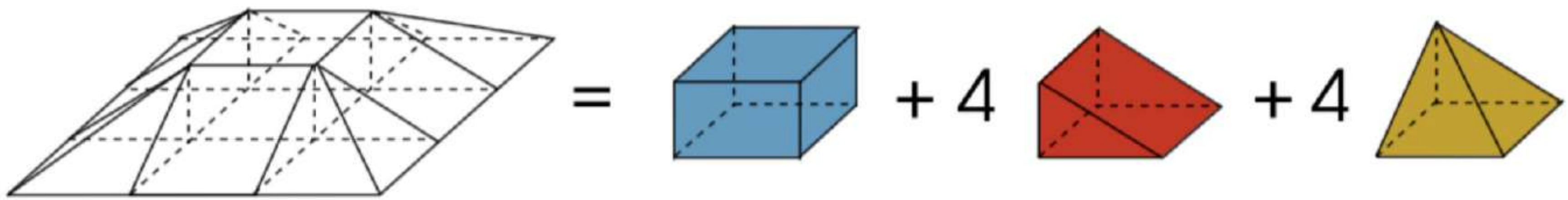
1. on scinde le volume en 'blocs élémentaires'



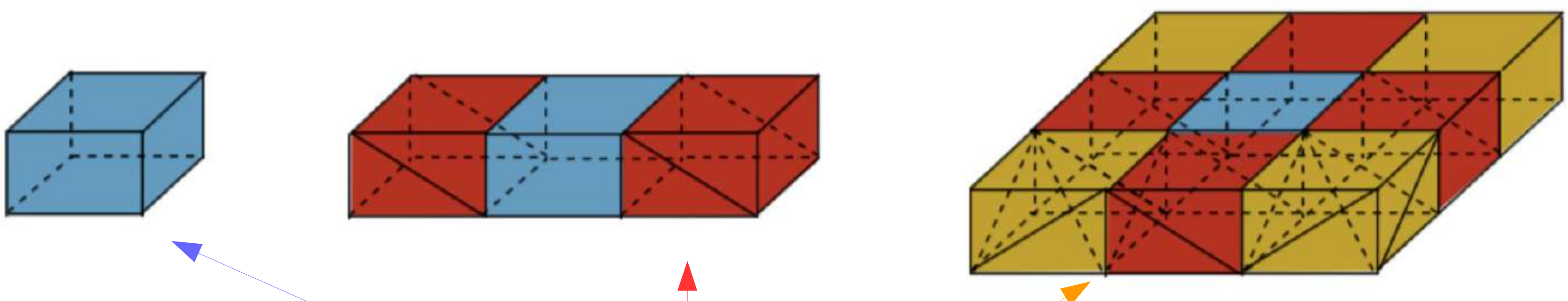
2. on réagence (des multiples de) ces blocs élémentaires en parallélépipèdes

Problème (5.10) est dédié à la pyramide tronquée à base carrée :

1. on scinde le volume en 'blocs élémentaires'

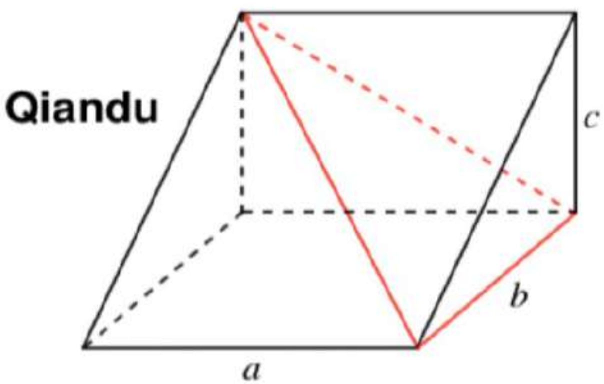


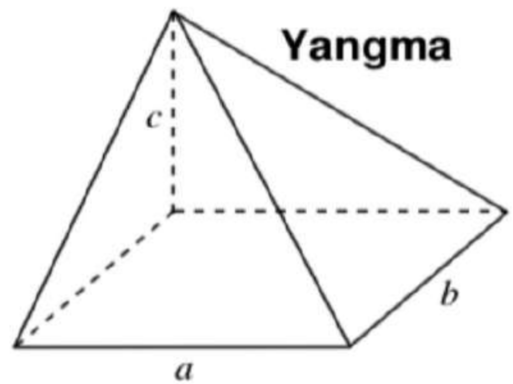
2. Ici, en prenant trois copies de la pyramide tronquée, on obtient :

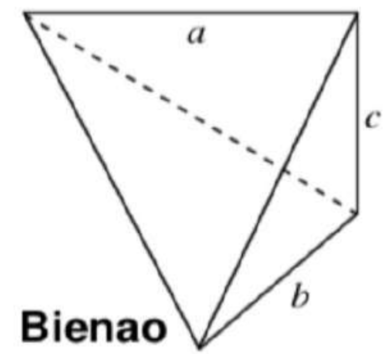


$$V = \frac{1}{3}(l^2 + l \times L + L^2) \times h.$$

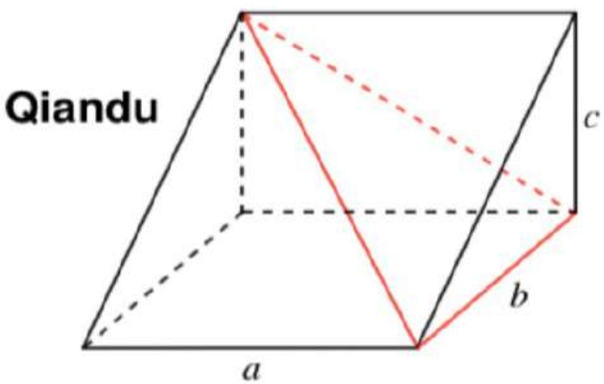
Outre le pavé, trois solides élémentaires sont ainsi utilisés dans le chapitre 5 :



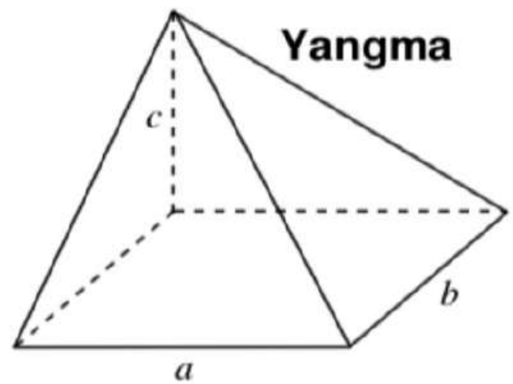




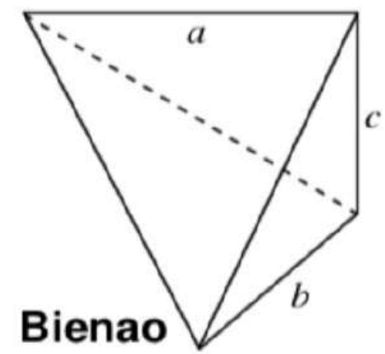
Outre le pavé, trois solides élémentaires sont ainsi utilisés dans le chapitre 5 :



Prisme droit à base triangulaire rectangle

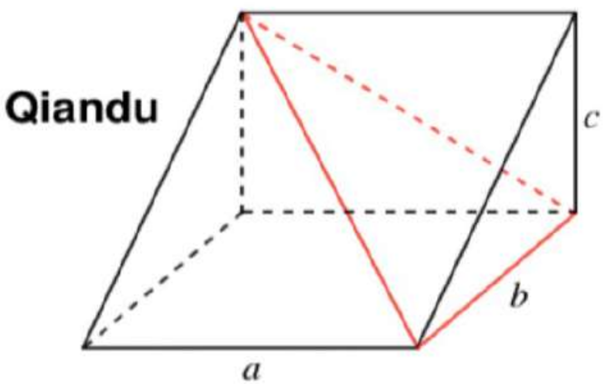


pyramide à base rectangulaire dont une hauteur part à angle droit

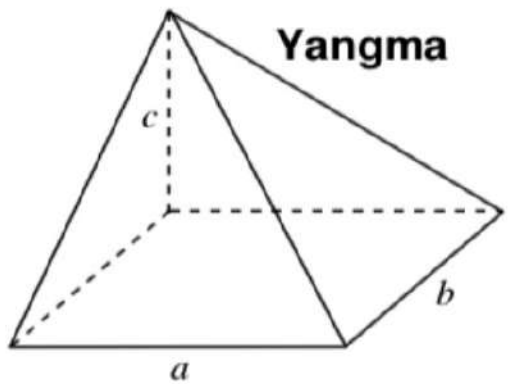


tétraèdre dont chaque face est triangulaire rectangle

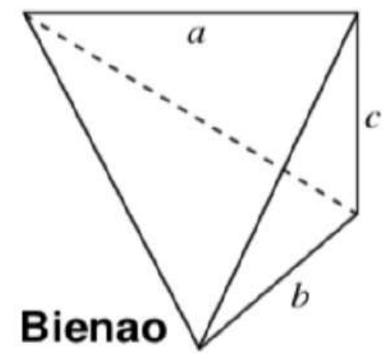
Outre le pavé, trois solides élémentaires sont ainsi utilisés dans le chapitre 5 :



Prisme droit à base triangulaire rectangle



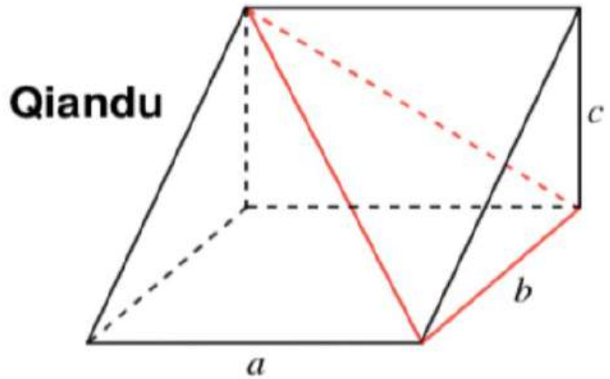
pyramide à base rectangulaire dont une hauteur part à angle droit

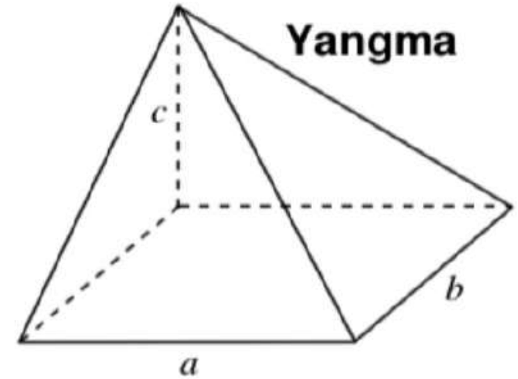


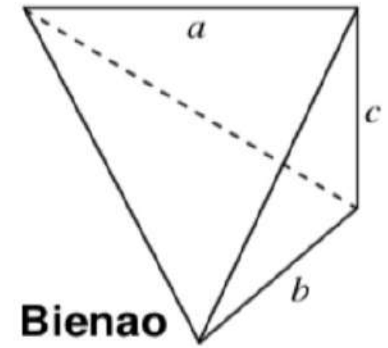
tétraèdre dont chaque face est triangulaire rectangle

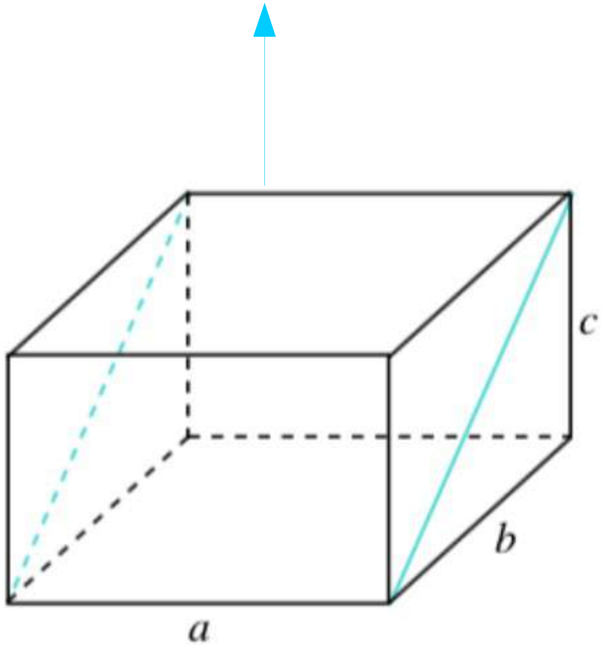
Quels sont leurs volumes respectifs ?

Outre le pavé, trois solides élémentaires sont ainsi utilisés dans le chapitre 5 :



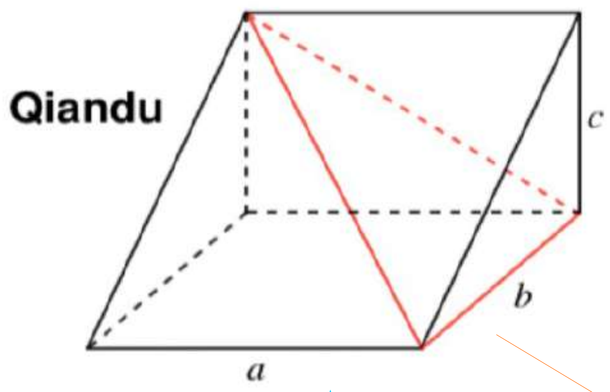


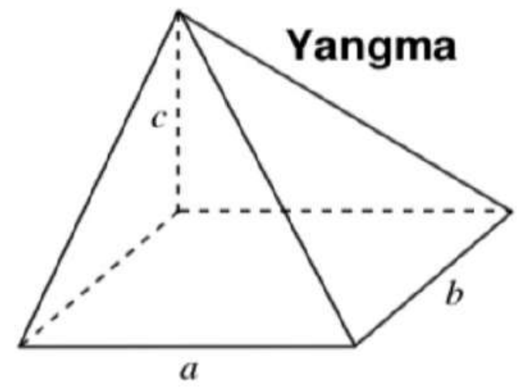


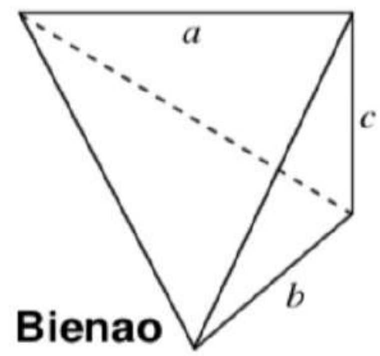


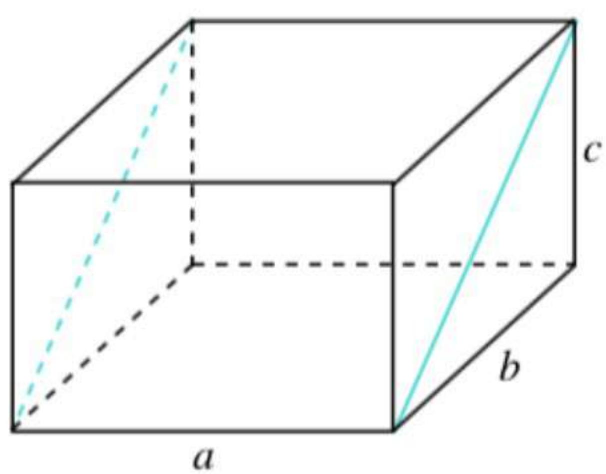
Vol(quiandu) = abc / 2

Outre le pavé, trois solides élémentaires sont ainsi utilisés dans le chapitre 5 :





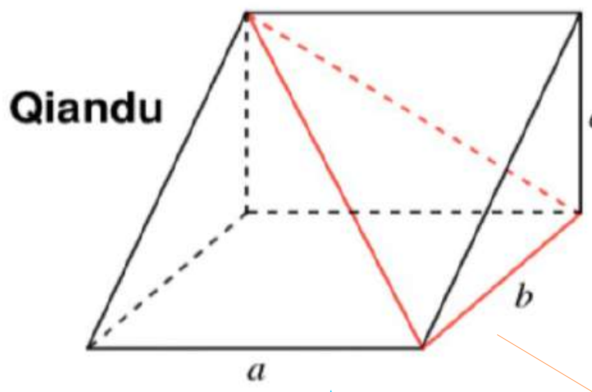


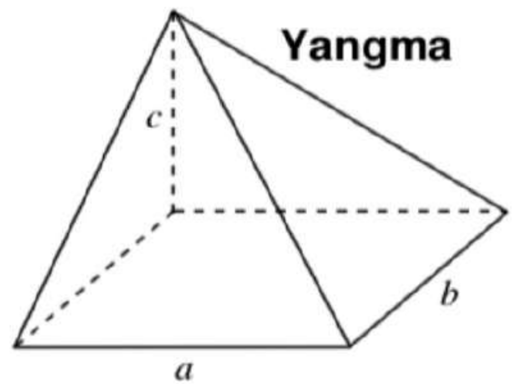


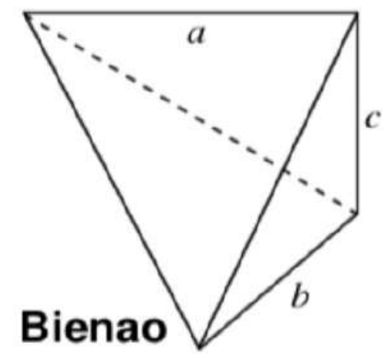
Vol(quiandu) = Vol(yangma) + Vol(bienao)

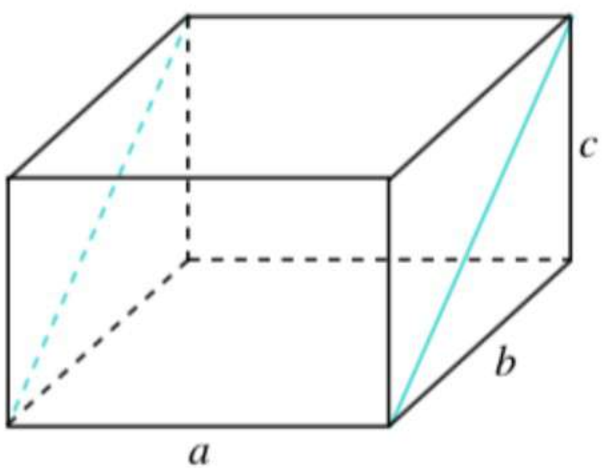
Vol(quiandu) = abc / 2

Outre le pavé, trois solides élémentaires sont ainsi utilisés dans le chapitre 5 :









Vol(quiandu) = Vol(yangma) + Vol(bienao)

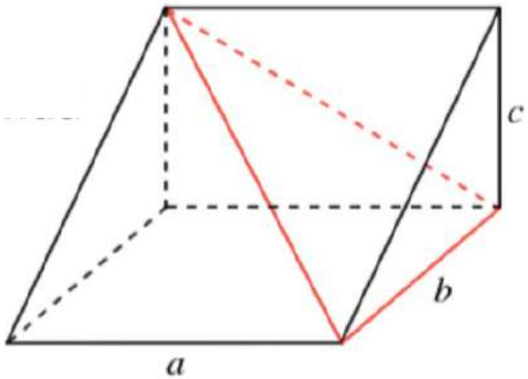
(Pourquoi ?)

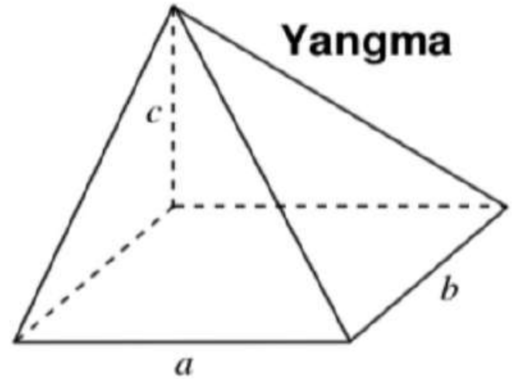
En outre Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

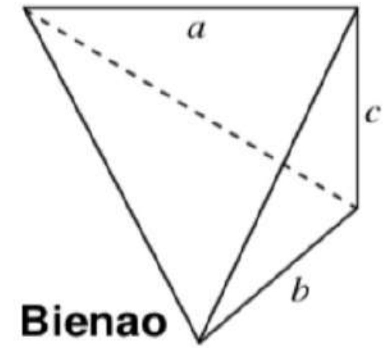
Donc

Vol(quiandu) = abc / 2	Vol(yangma) = abc / 3 Vol(bienao) = abc / 6

Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

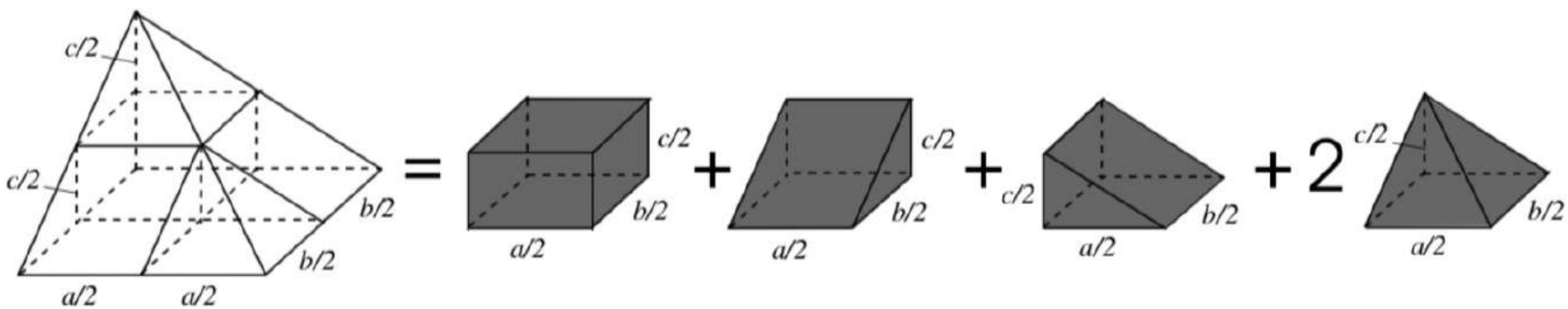






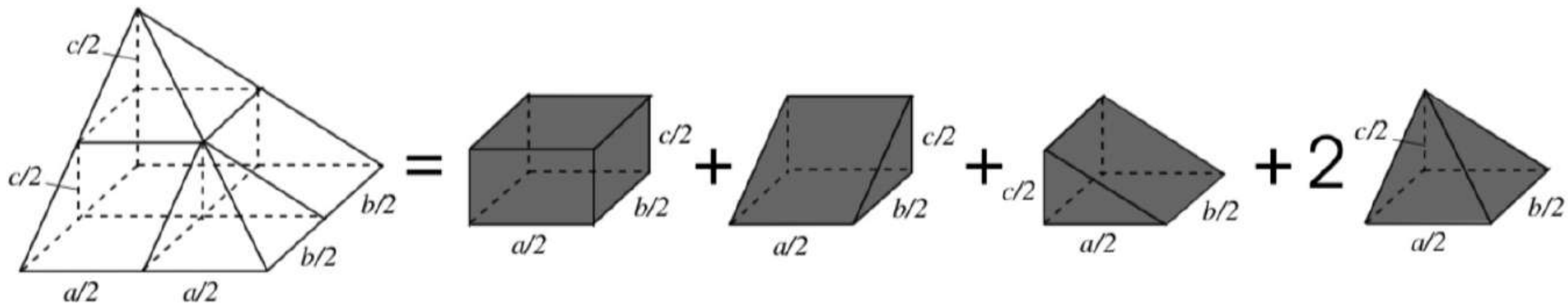
Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

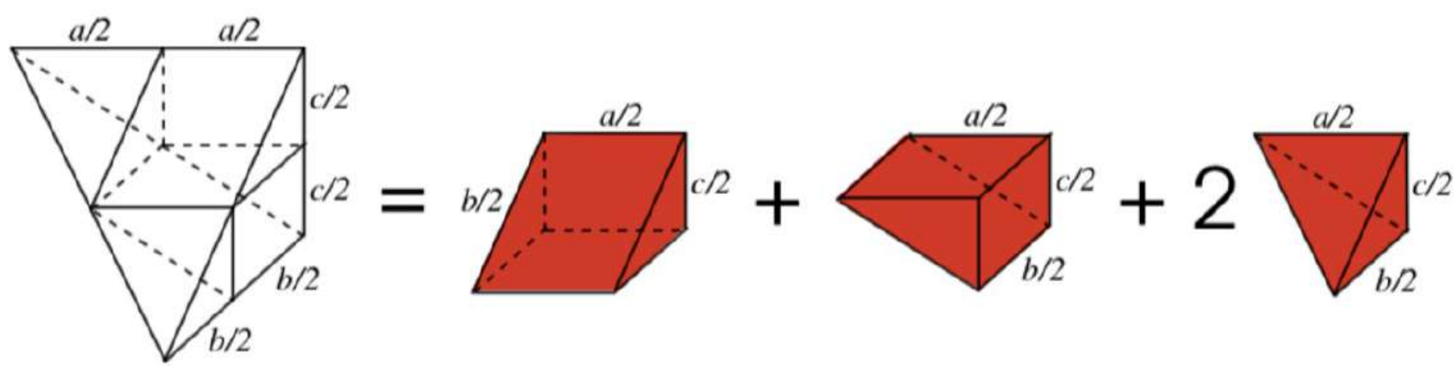
On découpe ces 2 solides en pièces noires et rouges, respectivement



Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

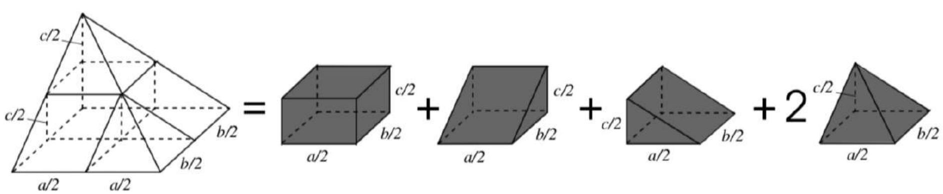
On découpe ces 2 solides en pièces noires et rouges, respectivement

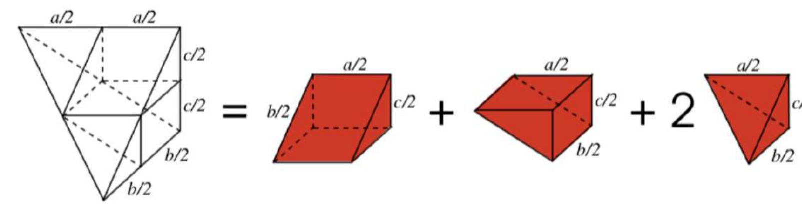




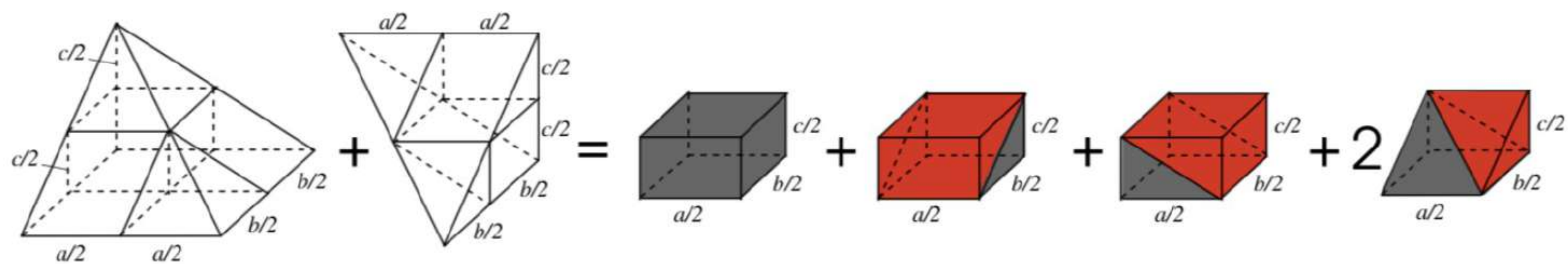
Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

On découpe ces 2 solides en pièces noires et rouges, respectivement



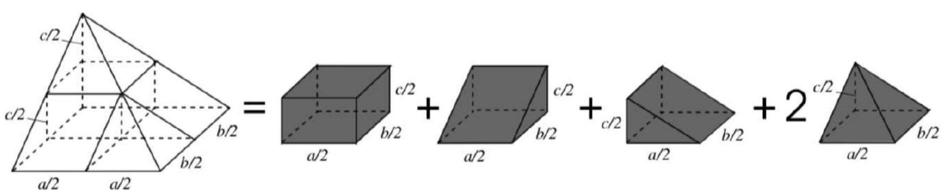


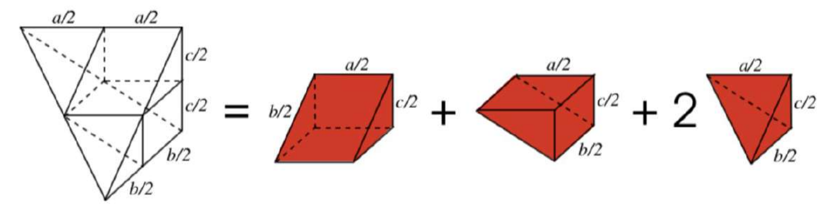
...que l'on ré-arrange entres elle en 4 pavés :



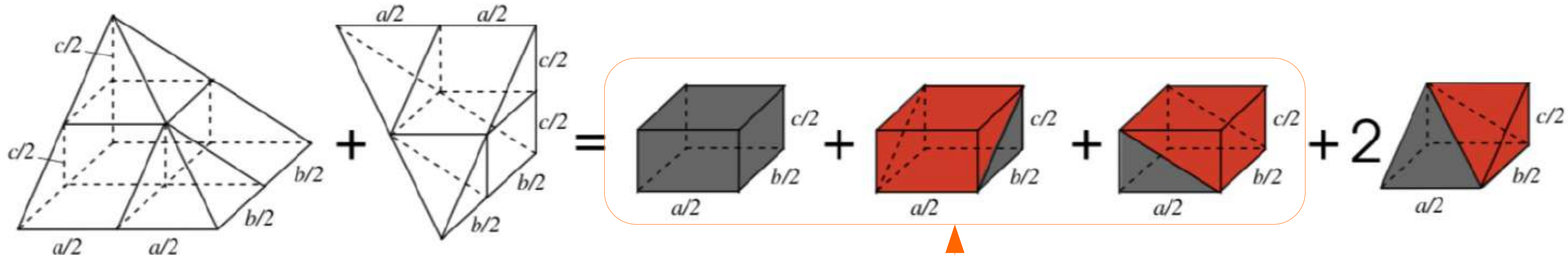
Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

On découpe ces 2 solides en pièces noires et rouges, respectivement





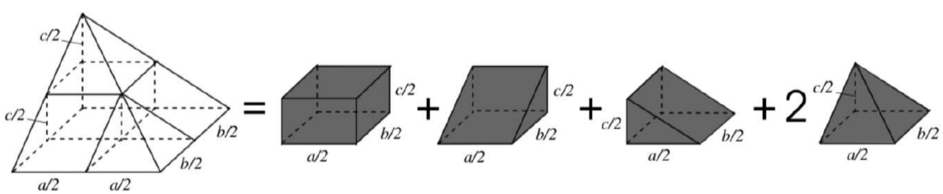
...que l'on ré-arrange entre elles en 4 pavés :

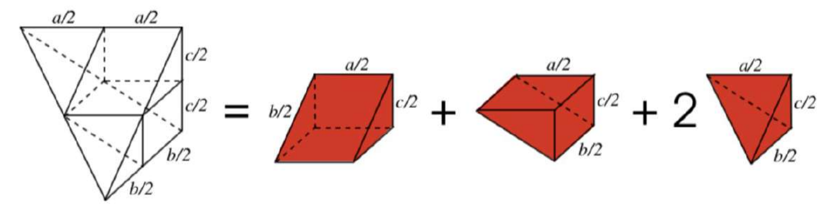


Vol. Noir = 2 x Vol. Rouge

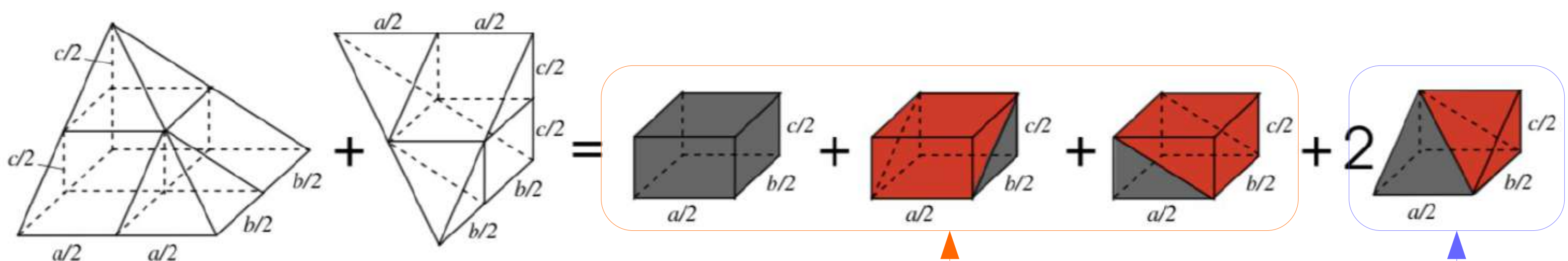
Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

On découpe ces 2 solides en pièces noires et rouges, respectivement





...que l'on ré-arrange entre elles en 4 pavés :

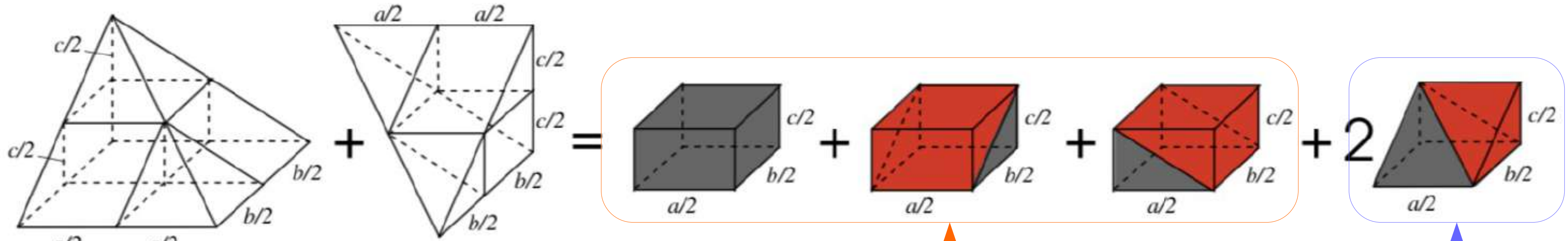


Vol. Noir = 2 x Vol. Rouge

Si ce qu'on peut connaître explicitement des quantités restantes présente cette différence d'un rapport de 1 à 2, par conséquent cela déterminera que 1 et 2 constituent nos lü.

Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

… mais on peut maintenant itérer la construction :
le reste 'converge vers zero' !



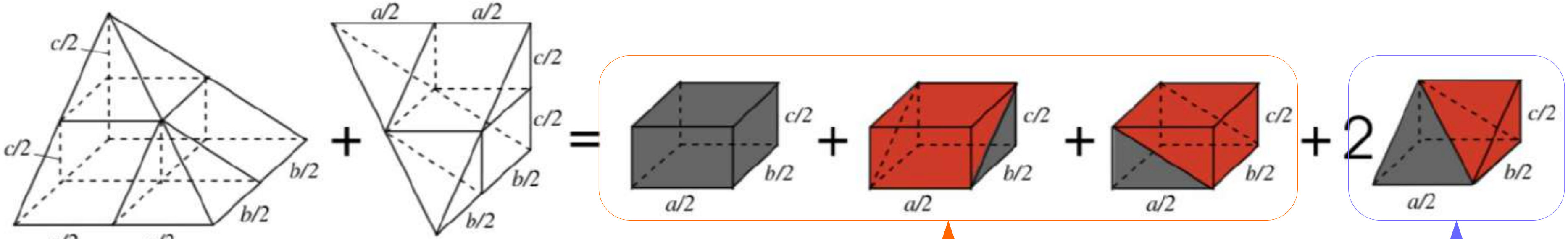
Vol. Noir = 2 x Vol. Rouge

Si ce qu'on peut connaître explicitement des quantités restantes présente cette différence d'un rapport de 1 à 2, par conséquent cela déterminera que 1 et 2 constituent nos lü.

Vol(yangma) = 2 Vol(bienao)

… mais on peut maintenant itérer la construction :
le reste 'converge vers zero' !

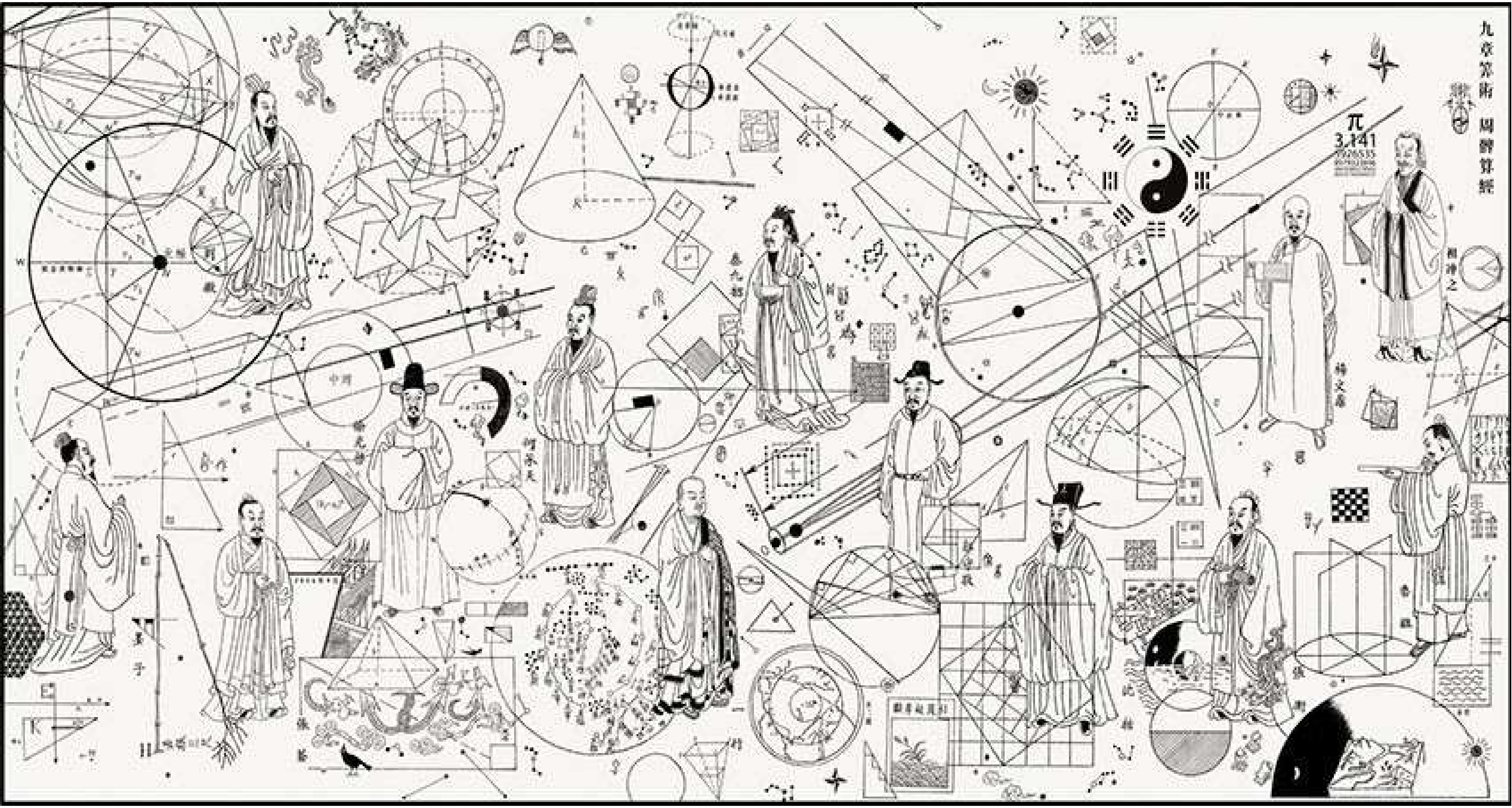
Liu Hui : *Plus la division par 2 les diminue, plus ce qui reste est fin. L'extrême du fin, on le dit infime ; infime, il n'a donc pas de forme. Considéré de ce point de vue, comment obtiendrait-on un reste ?*



Vol. Noir = 2 x Vol. Rouge

Si ce qu'on peut connaître explicitement des quantités restantes présente cette différence d'un rapport de 1 à 2, par conséquent cela déterminera que 1 et 2 constituent nos lü.

Merci (谢谢) pour votre attention et votre participation !



https://neufchap.hypotheses.org/