

## APMEP MARSEILLE OCTOBRE 2013.

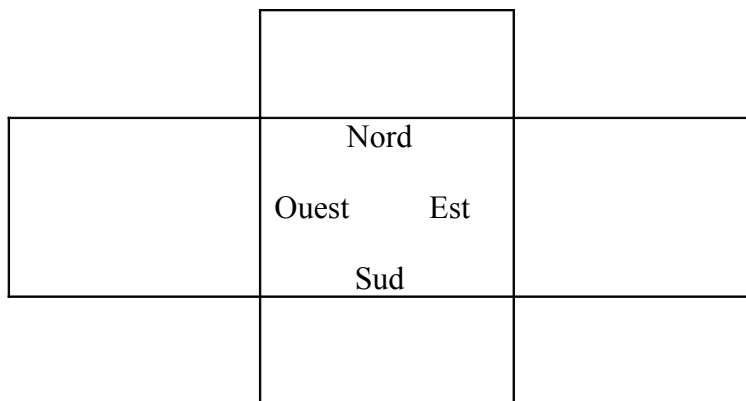
Dame, où es-tu ?

Ou, quand la recherche de la Dame de Pique nous montre l'inter-action entre le jeu de Bridge et les mathématiques ...

En quatre-vingt dix minutes, il serait bien prétentieux de faire croire qu'on peut vous apprendre à jouer au Bridge. Aussi, vais-je vous proposer quelques exercices qui me permettront de vous montrer quelques facettes de ce jeu passionnant.

Voici quelques connaissances de base qui vous permettront de résoudre les exercices proposés lors de cet atelier :

–Au Bridge, deux équipes **composées chacune de deux partenaires Nord/Sud(Equipe1) et Est/Ouest (Équipe2) s'affrontent**. N/S et E/O ont été choisis pour rappeler les positions qu'elles occupent autour de la table.



–**On distribue la totalité d'un jeu de 52 cartes. Chacun** des quatre joueurs dispose donc de 13 cartes.

–L'ordre des cartes est le suivant : As, Roi, Dame, Valet, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2.

–**La seule obligation** à ce jeu est de fournir quand on le peut une carte de la couleur(Pique, Cœur, Carreau ou Trèfle) demandée par celui qui joue le premier. Quand ce n'est pas possible, on doit fournir une carte quelconque (dans ce cas on dit qu'on défause).

–On joue dans le sens des aiguilles d'une montre. Si Ouest joue en premier, Nord, Est et Sud déposeront leur carte dans cet ordre.

–Celui des quatre joueurs qui a la plus grosse des cartes **de la couleur demandée** remporte la levée et doit rejouer.

–Le jeu se termine lorsque les 52 cartes ont été jouées. Chaque joueur disposant de treize cartes, il y a donc treize tours donc treize levées possibles. Le but du jeu est (pour une première approche) bien évidemment pour chaque équipe de remporter un maximum de levées.

–Avant de jouer, une première phase appelée «les enchères» a permis de déterminer le camp du déclarant (celui qui jouera le contrat demandé) qui, par convenance, est Sud dans chacun des exercices. De ce fait, **Ouest** est le premier à jouer une carte, on dit qu'il entame. Nord étale alors son jeu (on dit que c'est le «mort») qui devient visible des trois autres joueurs. **Chaque joueur voit donc deux jeux, le sien et celui du mort**. Sud joue ses cartes et celles de son partenaire Nord.

## Partie A Un petit exemple

–Voici les cartes possédées par chacun des joueurs. Il est rappelé que chaque joueur voit ses cartes et celles de nord.

	♠ 10 5 3	
	♥ A D 10	
	♦ R 9 7 5	
	♣ 10 8 2	
♠ R D 9 8 2	Nord	♠ V
♥ 4 3	Ouest Est	♥ V 8 7 6 5 2
♦ D 8 3		♦ 10 6 4
♣ D 9 7	Sud	♣ R 5 4
	♠ A 7 6 4	
	♥ R 9	
	♦ A V 2	
	♣ A V 6 3	

–On suppose dans cet exemple que Sud s'est proposé de faire au moins neuf levées à Sans-atout. Ouest entame du Roi de Pique, voici les cinq premières levées :

	Ouest	Nord	Est	Sud
Tour 1	♠ R	♠ 3	♠ V	♠ A
Tour 2	♦ 3	♦ 2	♦ 4	♦ A
Tour 3	♦ D	♦ R	♦ 6	♦ V
<b>Tour 4</b>	♣ D	♣ 2	♣ 4	♣ V
<b>Tour 5</b>	♠ D	♠ 5	<b>Il défausse</b>	♠ 3

A l'issue de ces cinq tours, **Nord/Sud a remporté trois levées, Est/Ouest deux levées.**

Dernières informations,

–On peut jouer à Sans-atout ou à l'atout. Dans, ce dernier cas, on peut sans y être obligé fournir un atout pour couper. L'atout l'emporte alors ..

–Un camp pouvant faire au maximum treize levées, le minimum pour l'emporter est d'en faire sept. Les enchères ont pour but de déterminer à l'avance le nombre minimum de levées que l'on compte faire et dans quelles conditions. Ainsi 3 SA signifie que l'on désire faire neuf (six + trois) levées au moins à Sans-atout. De même 4 ♠ indique que l'on désire faire dix (six + quatre) levées au moins avec pour atout Pique.

## Partie B : Un premier exercice d'échauffement

Voici les cartes possédées par l'équipe Nord-Sud en Pique. Sud joue le contrat de 4♠. Il est rappelé que le jeu de Nord est vu par les quatre joueurs, et que Sud joue ses cartes et celles de son partenaire Nord.

	♠ D 10 6 4	
♠	Nord	♠
♥	Ouest Est	♥
♣	Sud	♣
	♠ A R 9 5 3	

Confiant, Sud se dit qu'il est certain de faire les cinq levées en Pique. Est-ce si sûr? Comment doit-il jouer sachant qu'ayant remporté la levée précédente c'est à lui de jouer et qu'il n'a aucune information sur les Piques restants dans le jeu.

Analyse :

Sud propose de commencer par jouer le 3 de pique. Voyant Ouest déposer un pique sur la table, il met la Dame et.....se mord les doigts quand il voit qu'Est n'a pas de Pique.

- Démontrer que dans ce cas, Sud ne peut plus gagner que quatre levées en Pique.
- Sud a-t-il le même problème si Ouest n'a pas de Pique?
- En s'aidant de la réponse fournie à la question b, indiquer dans quel ordre Sud doit jouer ses cartes pour gagner dans tous les cas les cinq levées.

## Partie C A la recherche de la Dame de Pique (premier épisode)

Voici les jeux possédés par le camp N/S. Sud s'est proposé de réaliser les treize levées possibles.

	♠ R 10 8	
	♥ 4 3 2	
	♦ 4 3 2	
	♣ 5 4 3 2	
♠	Nord	♠
♥	Ouest Est	♥
♦		♦
♣	Sud	♣
	♠ A V 9	
	♥ A R D	
	♦ A R D	
	♣ A R D V	

Ouest entame et dépose sur la table le V de cœur. Sud s'étant promis de faire les treize levées, voici ce qu'il joue et ce qu'il voit :

- Il prend de l'As de cœur, voit un cœur en Ouest et en Est,
- Il joue As, Roi et Dame de carreau et voit trois carreaux en Est et en Ouest,
- Il joue As, Roi, Dame et Valet de Trèfle et voit trois trèfles en Ouest et deux en Est,
- Il joue Roi et Dame de Cœur et constate qu'Est ne fournit pas de cœur, contrairement à Ouest qui en fournit deux,

Il lui reste alors trois cartes et s'interroge : Mais où est donc la Dame de Pique? Pouvez-vous l'aider à la localiser .....?

Il faut bien avouer que le texte surprend.

Que sait-on pour l'instant? Que peut-on en Déduire?

	Ouest	Est	Conséquences
Phrase 1	A au moins un Coeur	A au moins un Coeur	
Phrase 4	A au moins trois Coeurs	A un et un seul Coeur	Ouest a donc 6 cœurs (13-6-1)
Phrase 2	A au moins trois carreaux	A au moins trois carreaux	Il reste donc un carreau chez Est ou Ouest à l'issue des trois tours.
Phrase 3	A exactement trois Trèfles	A exactement deux Trèfles	
Conclusion	Ouest possède - six cœurs - trois trèfles - au moins trois carreaux	Est possède - 1 Cœur - 3 Carreaux au moins - deux Trèfles	On connaît donc douze cartes chez Ouest. Il possède donc au maximum 1 Pique. Est en possède donc au moins six ..

Conclusion: Tout cela est bien gentil mais cela ne répond pas à la question. En fait si car on peut au moins dire :

-Si elle est en Ouest alors elle est toute seule

-Si elle est en Est alors au départ, elle était entourée de cinq cartes au moins.

Muni de cette information, Sud peut-il s'en sortir ?

Que peut-il faire?

Si il joue l'As de Pique, que se passe-t-il?

- si la Dame est seule en Ouest

-si Ouest ne possède pas la Dame

Conclusion : Cela ne marche pas dans tous les cas

Si il joue le 9 de Pique, que se passe-t-il?

- si la Dame est seule en Ouest

-si Ouest ne possède pas la Dame

**Conclusion** : Dans tous les cas, il capturera la dame, soit du premier coup avec le Roi soit en rejouant Pique du mort (L'As et le Valet attendant sagement la Dame apparaître)<sup>1</sup>.

**Remarque** : La nature des cartes défaussées n'aurait eu aucune influence. Ainsi, Ouest ayant des cœurs à revendre aurait fourni Cœur à chaque fois. La défausse de son éventuel Carreau signant l'emplacement de la Dame de Pique. Il en va de même pour Est. Il doit défausser des Piques en en gardant trois. Si jamais, il a le valet de Carreau il doit s'en débarrasser mais alors Sud sait qu'Ouest a un Pique.

Compétences utilisées :

-Compter jusqu'à treize serait provocateur ... Il a fallu aussi

-Faire preuve d'attention, Reasonner

-Elaborer une stratégie gagnante quelle que soit l'emplacement de la Dame.

Ces compétences nous seront bien utiles pour résoudre le problème qui suit :

---

1 On dit qu'on fait l'impasse à la Dame

## Partie D : A la recherche de la Dame de Pique (second épisode)

Voici les jeux du camp Nord/Sud et les enchères qui ont permis d'aboutir au contrat final de 3 SA engageant ainsi Sud à réaliser au moins neuf des treize levées possibles.

	♠ 2 3 4 ♥ 8 5 2 ♦ 10 9 8 ♣ A D 9 2	
♠ ♥ ♦ A R D V ♣	Nord Ouest      Est Sud	♠ ♥ ♦ ♣
	♠ A R V ♥ A R D ♦ 7 6 5 3 ♣ R 10	

Ouest	Nord	Est	Sud
Je Passe	Je passe	Je passe	2 SA
(je n'ai pas douze points)			J'ai 20-21 points , un jeu régulier et je n'ai ni cinq cœurs ni cinq piques.
Passe	3 SA	Passe	
Passe	J'ai au moins cinq points, deux cartes au moins dans chaque couleur, je n'ai pas en principe* quatre C ou quatre piques)		

Voici le début du jeu : Ouest joue l'As, le Roi, la Dame et le Valet de carreau, puis le 2 de cœur. A cet instant, Sud réfléchit quelques instants et à voix basse se dit :

- «Pour l'instant, j'ai huit levées certaines, je peux trouver la neuvième si je trouve le valet de trèfle ou en Pique si je trouve la Dame de Pique en Est»
- «Je vais opter pour la Dame de Pique car je sais qu'elle est en Est».

**Question** : Justifiez les propos de Sud ? Comment jouera-t-il alors?

Voici un exemple d'utilisation des annonces. Sud ne s'est guère fatigué et ne lit pas à travers les cartes. Voyons son raisonnement :

- Ouest a joué As, Roi, Dame et Valet de Carreau donc cela lui fait déjà ... points.
- Il a passé donc il a au maximum ... points.
- Conclusion, il ne peut avoir la Dame de Pique.
- Cette dernière sera capturée en faisant l'impasse quand on sera au mort.

## Partie E : A la recherche de la Dame de Pique (troisième épisode)

		♠A R V10 9		
		♥ 2		
		♦ 3		
		♣ 5		
	♠	N	♠	
	♥	O	♥	
	♦	E	♦	
	♣	S	♣	
		♠5 4 2		
		♥ A3		
		♦ A2		
		♣ A		

On suppose que chaque joueur dispose en ce début de partie de ces treize cartes. Les cartes indiquées sont celles qui sont connues. Pour réaliser son contrat (4♠), Sud ne peut pas se permettre de perdre un atout donc une levée en Pique.

Dans un premier temps, quel est le problème? (au vu du thème, on a compris!!!)

a) Quelles sont les cartes manquantes? Où peuvent-elles être? Quelles sont les répartitions possibles?

b) Si Sud joue As puis Roi de Pique, expliquer pourquoi Sud est sûr de gagner cinq levées à coup sûr si et seulement si Est ou Ouest possède deux cartes au plus dont la Dame?

c) Si Sud joue le 2 de Pique pour le Neuf\*, revient en sud par l'As de Coeur, joue le 4 de Pique pour le Dix\*, revient en Sud par l'As de Carreau, joue le 5 de Pique pour le Valet\*, puis termine par As et Roi de Pique, Dans quel(s) cas, est-il assuré de gagner cinq levées à coup sûr?

d) Si Sud joue l'As de Pique, revient en Sud par l'As de Coeur, joue le 4 de Pique pour le Neuf, revient en Sud par l'As de Carreau, joue le 5 de Pique pour le Dix, puis termine par Roi et Valet de Pique, Dans quel(s) cas, est-il assuré de gagner cinq levées à coup sûr?



**Question 2** : Dans un livre de mathématiques, on trouve les renseignements suivants :

Quand Nord-Sud possède 8 cartes les cinq restantes peuvent se répartir de la manière suivante :

Ouest	Est	Probabilité de cette répartition	Commentaires
0 carte	5 cartes	2,00%	
1 carte	4 cartes	14,00%	* La probabilité pour qu'une carte fixée soit seule (on dit encore qu'elle est sèche) en ouest est donc de 2,8%
2 cartes	3 cartes	34,00%	
3 cartes	2 cartes	34,00%	
4 cartes	1 carte	14,00%	
5 cartes	0 carte	2,00%	

- En utilisant les résultats des trois premières colonnes, justifier le commentaire indiqué ligne 3.
- Calculer la probabilité qu'une carte fixée soit accompagnée d'une unique carte quelconque en Ouest (dans ce cas on dit que la carte fixée est seconde)
- En déduire les probabilités des événements suivants :
  - A1 : La ligne de jeu exposée en 1b) fournit cinq levées
  - A2 : La ligne de jeu exposée en 1c) fournit cinq levées
  - A3 : La ligne de jeu exposée en 1d) fournit cinq levées

#### Conclusion

Au final, quelques points

- Ne pas croire qu'on passe son temps au Bridge à rechercher la Dame de Pique
- Un grand merci pour votre participation et les efforts faits pour résoudre les problèmes posés.
- Un site : celui de la fédération française de Bridge : <http://www.ffbridge.asso.fr/>
- Un livre «les mathématiques du Bridge» (Editions Pole et CRDP)

Vous pouvez me joindre pour tout renseignement supplémentaire ou si vous désirez quelques exemples d'activités réalisables avec des élèves.

Michel Gouy (IA-IPR de Mathématiques)  
[michel.gouy@ac-lille.fr](mailto:michel.gouy@ac-lille.fr) ou [michelgouy@yahoo.fr](mailto:michelgouy@yahoo.fr)