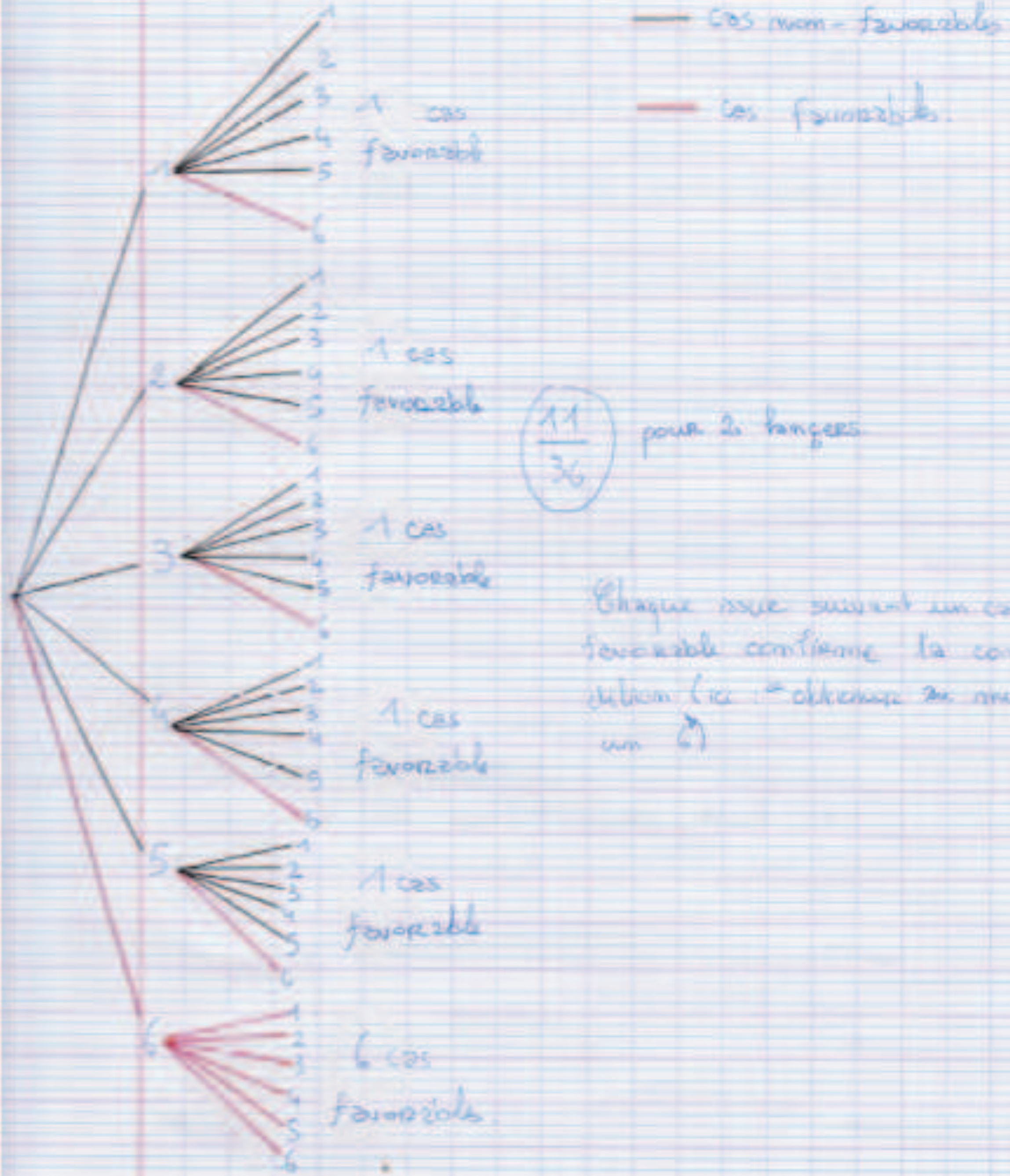
Les copies d'élèves sur la première question

Copie n°1



$\frac{11}{36}$ pour 2 lancers

Chaque issue suivant un cas favorable confirme la condition (ici : obtenir au moins un 6) pour 3 lancers :

* Au bout de 2 lancers, on a 11 cas favorable possibles, donc les 6 issues suivante sont favorable
$11 \times 6 = 66$ cas favorable

* Au bout de 2 lancers, on a 25 cas non favorable possibles, donc parmi les 6 issues suivantes une seule sera favorable
$25 \times 1 = 25$ cas favorable

— On aura au total $66 + 25 = 91$ cas favorables sur (6^n, n étant le nombre de lancer) $6^3 = 216$ cas possible

pour 4 lancers :

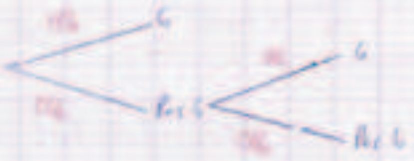
* Au bout de 3 lancers, on a 91 cas favorables possibles, donc les 6 issues suivantes sont favorable.
$91 \times 6 = 546$ cas favorable

* A la fin du 3ème lancer, on a $216 - 91 = 125$ cas non favorable, parmi les 6 issues suivantes, une seule sera favorable
$125 \times 1 = 125$ cas favorable

— On aura au total $546 + 125 = 671$ cas favorable sur $6^4 = 1296$ cas possibles

Copie N°2

1er cas : 2 lancers



Nombre de chance d'obtenir 6 au 1er lancer : $\frac{1}{6}$

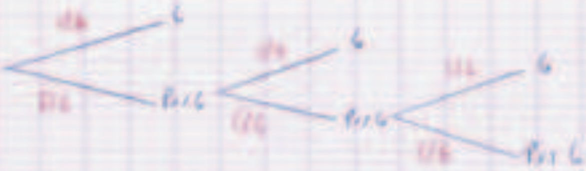
Pas 6 – 6 : $\frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

Nombre de chance d'obtenir au moins un 6 après 2 lancers :

$\frac{1}{6} + \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$

Pas 6 – Pas 6 : $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$

2e cas : 3 lancers



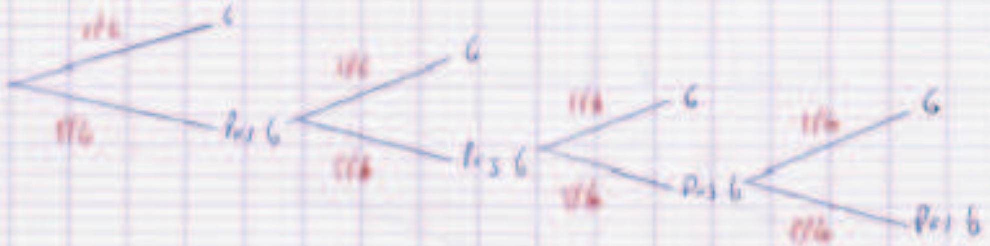
Pas 6 – Pas 6 – 6 : $\frac{25}{36} \times \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$

Nombre de chance d'obtenir au moins un 6 après 3 lancers

$\frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216} = \frac{91}{216}$

Pas 6 – Pas 6 – Pas 6 = $\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$

3e cas : 4 lancers



Pas 6 - Pas 6 - Pas 6 - 6 : $\frac{125}{216} \times \frac{1}{6} = \frac{125}{1296}$

Nombre de chance d'obtenir au moins un 6 après 4 lancers

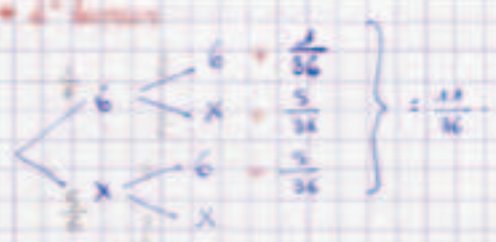
$\frac{91}{216} + \frac{125}{1296} = \frac{671}{1296}$

Copie N°3

→ 1er lancer

- probabilité d'obtenir un 6 : $\frac{1}{6}$
- ——— ——— un autre chiffre : $\frac{5}{6}$.

→ 2e lancer

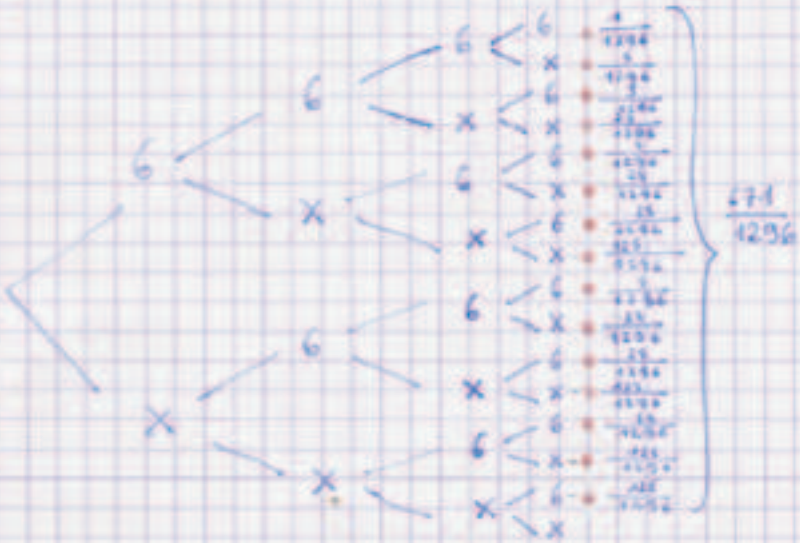


Il y a 11 chances sur 36 d'obtenir au moins un 6 en 2 lancers (≃30,6 %)

→ 3e lancer

Il y a 91 chances sur 216 d'obtenir au moins un 6 sur 3 lancers (≃42,1 %)

→ 4e lancer



Il y a 671 chances sur 1296 d'obtenir au moins un 6 sur 4 lancers (≃51,8 %)

Copie N°4

Activité préliminaire : Probabilité — 26 janvier 2012.

A)
- On considère un dé équilibré à 6 faces
- La probabilité d'obtenir l'événement A, « le nombre obtenu est 6 » est de $\frac{1}{6}$.
- La probabilité d'obtenir l'événement B « le nombre obtenu n'est pas 6 » est de $\frac{5}{6}$.
- À chaque lancer, il y a donc $\frac{1}{6}$ de chance d'obtenir l'événement A et $\frac{5}{6}$ de chance d'obtenir l'événement B.
- On trace l'arbre pondéré suivant

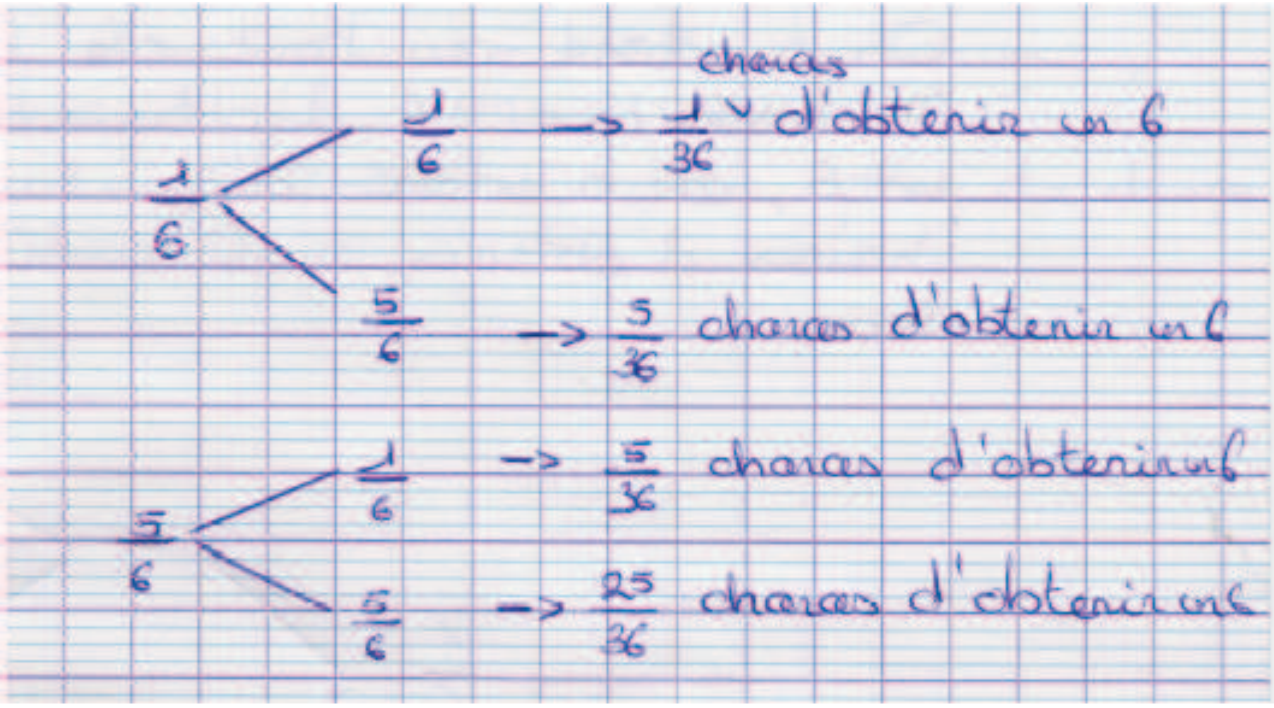
Pour 4 lancés :

Copie N°5

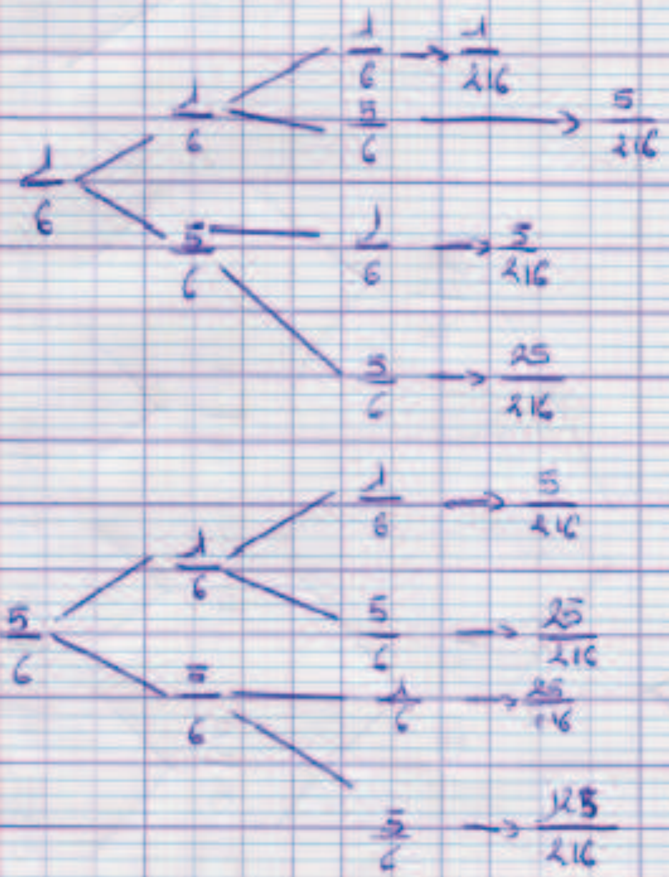
Soit l'évènement A "Obtenir un 6" et l'évènement contraire de A : $\bar{A}$ "Ne pas obtenir un 6"

- Pour 1 lancer $P(\bar{A}) = \frac{5}{6}$ donc $P(A) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$
- Pour 2 lancers $P(\bar{A}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^2$ donc $P(A) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$
- Pour n lancers $P(\bar{A}) = \left(\frac{5}{6}\right)^n$ donc $P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$

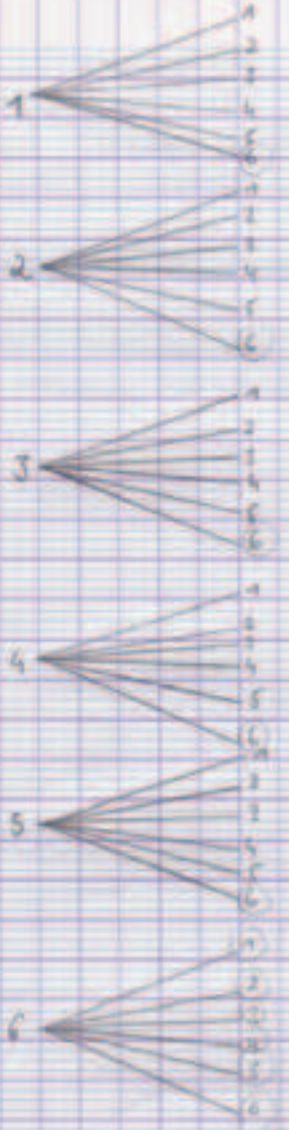
Copie n°6



Au bout d'un lancer on a une chance sur 6 d'avoir un 6 alors qu'au bout de deux lancers on a 11 chances sur 36 d'obtenir au moins un 6. Il vaut donc mieux parier par deux lancers



Copie n°7



Pour un lancé $\frac{1}{6}$

Pour deux lancés $\frac{11}{36}$ plus avantageux

Il y a 36 cas possible dont 11 favorable.

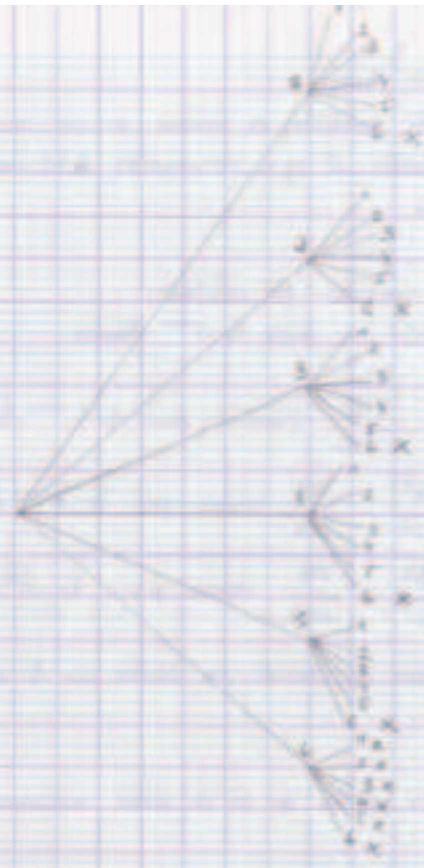
<u>Par trois lancés :</u> la probabilité est de $\frac{91}{216}$

Il y a 216 cas possible (36×6)
dont 91 favorables $(5 \times 11 + 36)$

Par quatre lancés : la probabilité est de $\frac{671}{1296}$

Il y a 1296 cas possible (216×6)
dont 671 favorable $(5 \times 91 + 216)$

Copie N° 8



Sur deux lancer il y a 36 possibilités d'avoir un nombre.
Dans ces possibilités il y a au moins 11 chances de tomber sur 6.
Donc on a $\frac{11}{36}$ chances de tomber sur 6.

Pour trois lancer :
Il y a $6 \times 36 = 216$ possibilités d'obtenir un nombre
Dans ces possibilités il y a exactement $11 \times 5 = 55$ chances de tomber sur 6 sur les 5 premières possibilités.
Mais la 6ème possibilité a elle 36 chances de tomber sur un 6, donc $55 + 36 = 91$ chances au total de tomber sur 6

Pour le quatrième lancer :
Il y a 1296 possibilités de tomber sur un numéro.
Dans ces possibilités il y a exactement 671 chances de tomber sur 6.

On cherche à comparer les résultats

$\frac{671}{1296}$ chances pour le 4ème lancer.

$\frac{91 \times 6}{216 \times 6} = \frac{546}{1296}$ chances pour le 3ème lancer

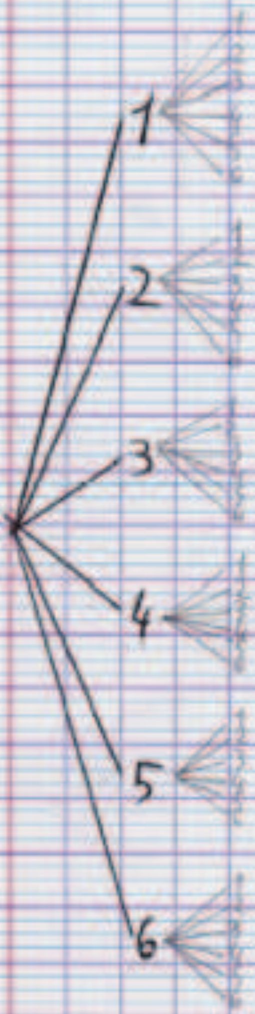
$\frac{11}{36} \times \frac{6^2}{6^2} = \frac{396}{1296}$ chances pour le 2ème lancer

$\frac{1}{6} \times \frac{6^3}{6^3} = \frac{216}{1296}$ chances pour le 1er lancer

Donc on a plus de chances de tomber sur 6 au bout du 4ème lancer.

1) Il vaut mieux parier qu'on va obtenir exactement une fois le numéro 6

Copie n°9



Un cas favorable est un cas où l'on a déjà obtenu un 6 avant le prochain lancer.
Un cas non favorable est un cas où l'on a obtenu quelque chose différent de 6.

. Au 1er lancer, il n'y a qu'un seul cas favorable et 5 cas non favorable.

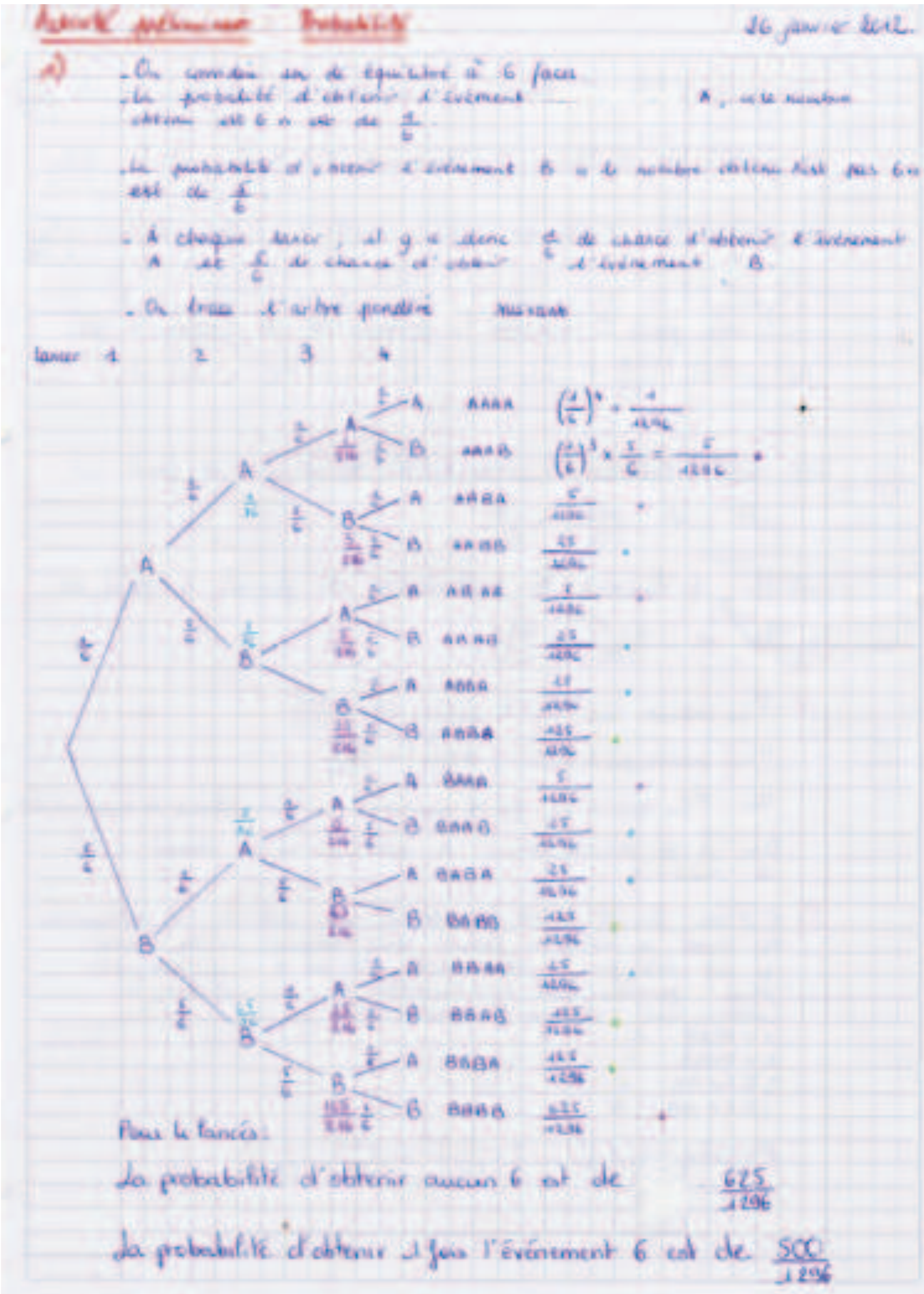
Pour les cas favorable, on a 6 façon de remplir la condition au 2ème lancer et 1 seul façon pour les cas non favorable.

En deux lancers, il y a $1\times6+5\times1=11$ cas favorables et $(6\times6)-11=25$ cas non favorables.

De la même façon avec 3 lancers, on a $6\times11+25\times1=91$ cas favorable et $(36\times6)-91=125$ cas non favorable.

Et pour 4 lancers, on a $6\times91+125\times1=671$ cas favorable et $(216\times6)-671=625$ cas non favorable.

Des copies qui ont traité les questions supplémentaires :



26 janvier 2012.

Pour les lancés :

La probabilité d'obtenir aucun 6 est de $\frac{625}{1296}$

La probabilité d'obtenir 1 fois l'événement 6 est de $\frac{500}{1296}$

La probabilité d'obtenir l'événement "6" 2 fois est de $\frac{150}{1296}$

La probabilité d'obtenir l'événement "6" 3 fois est de $\frac{20}{1296}$.

La probabilité d'obtenir l'événement "6" 4 fois est de $\frac{1}{1296}$.

=> Donc pour 2 lancers la probabilité de gagner le pari est de $\frac{1}{36} + \frac{5}{36} + \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$

=> Pour 3 lancers la probabilité de gagner le pari est de $1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$

=> Pour 4 lancers, la probabilité de gagner le pari est de $1 - \frac{625}{1296} = \frac{671}{1296}$

1) P(on obtient une fois le numéro 6) = $\frac{625}{1296}$

P(on obtient le numéro 6 2 fois) = $\frac{671}{1291}$

Donc P(on obtient une fois le numéro 6) < P(on obtient le numéro 6 2 fois)

Donc il est plus avantageux de parier qu'on va obtenir 2 fois le numéro 6.

1) . On calcule les probabilités d'obtenir exactement 1 fois le numéro 6" : l'événement P(B1)

Pour cela, il existe quatre façons d'obtenir ces événements. On va donc calculer la probabilité pour 1 façon et la multiplier par 4.

$4P(B_1) = 4 \times \left(\frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6}\right) = 4 \times \frac{5^3}{6^4}$

. Il y a 6 façons d'obtenir exactement 2 fois le numéro 6" : l'événement P(B2)

2) À l'issue de 12 lancers, on obtient une suite de 12 événements.
On cherche le nombre de chemins pour lesquels on ne trouve qu'une seule fois l'événement A. Or il n'y que 12 "places" possibles pour l'événement A. On appelle ces combinaisons "chemins favorables" :

A B BBBB ... B
A A BBBB ... B
B B A BBB ... B
B B B A BB ... B

$$P = 12 \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^{11} = 2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^{11} = \frac{97656250}{362797056}$$

Questions supplémentaires

1) • probabilité d'obtenir un seul 6 : $\frac{125+125+125+125}{1296} = \frac{500}{1296} = \frac{125}{324} \approx 38,6\%$

• ——————— deux 6 : $\frac{25 \times 6}{1296} = \frac{150}{1296} \approx 11,6\%$.

→ Il vaut mieux parier qu'on obtiendra un seul 6 en quatre lancers.

2) Sur 12 lancers :

• probabilité d'obtenir un seul 6 : $\frac{1 \times 5^{11}}{6^{12}} \times 12 = \frac{585937500}{2176782336} \approx 26,9\%$.

•