

∞ Baccalauréat Athènes¹ juin 1961 ∞
Série mathématiques

I. EXERCICE 1

Transformer

$$f(x) = \sin x + \sin 3x + \sin 9x - \sin 5x$$

en produit et résoudre l'équation $f(x) = 0$.

I. EXERCICE 2

Variations et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{x^2 + 4x - 2}{x^2 - 4x + 4}.$$

II.

On donne, dans le plan, deux points A et B, et l'on marque sur la droite qu'ils déterminent entre A et B, un point C; soient (a) , (b) , (c) les demi-cercles décrits respectivement sur BC, CA, AB comme diamètres et situés tous les trois d'un côté donné de la droite AB.

1. En transformant la figure par l'inversion J_a , de pôle A qui conserve le demi-cercle (a) , montrer qu'il existe un cercle (Γ) , et un seul, tangent à la fois aux trois demi-cercles (a) , (b) , (c) .

Trouver le lieu du centre α du transformé de (Γ) dans cette inversion, quand le point C décrit le segment AB.

De même, considérant l'inversion J_b , de pôle B qui conserve le cercle (b) , trouver le lieu du centre β du transformé de (Γ) dans cette inversion, quand le point C décrit le segment AB, et donner une construction géométrique du centre, I, du cercle (Γ) .

À l'aide d'une troisième inversion analogue aux deux précédentes, montrer que la droite IC passe constamment un point fixe, γ , qu'on précisera.

2. On prend pour axe des abscisses la droite AB orientée de A vers B et pour axe des ordonnées la médiatrice du segment [AB] orientée de manière que les points de (a) , (b) et (c) aient des ordonnées positives; soit O le milieu du segment [AB]; on pose $AB = 2R$, $\overline{OC} = x$.

Calculer en fonction de R et x les coordonnées des points α et β , puis les coordonnées X et Y du point I.

1. Égypte Éthiopie Liban