Baccalauréat Athènes juin 1961 [1]
Série mathématiques

I. Exercice 1

Transformer

$$f(x) = \sin x + \sin 3x + \sin 9x - \sin 5x$$

en produit et résoudre l'équation $f(x) = 0$.

I. Exercice 2

Variations et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{x^2 + 4x - 2}{x^2 - 4x + 4}.$$

II.

On donne, dans le plan, deux points A et B, et l'on marque sur la droite qu'ils déterminent entre A et B, un point C ; soient (a), (b), (c) les demi-cercles décrits respectivement sur BC, CA, AB comme diamètres et situés tous les trois d'un côté donné de la droite AB.

1. En transformant la figure par l'inversion J_a, de pôle A qui conserve le demi-cercle (a), montrer qu'il existe un cercle (Γ), et un seul, tangent à la fois aux trois demi-cercles (a), (b), (c)

   Trouver le lieu du centre α du transformé de (Γ) dans cette inversion, quand le point C décrit le segment AB.

   De même, considérant l'inversion J_b, de pôle B qui conserve le cercle (b), trouver le lieu du centre β du transformé de (Γ) dans cette inversion, quand le point C décrit le segment AB, et donner une construction géométrique du centre, I, du cercle (Γ).

   À l'aide d'une troisième inversion analogue aux deux précédentes, montrer que la droite IC passe constamment un point fixe, γ, qu'on précisera.
2. On-prend pour axe des abscisses la droite AB orientée de A vers B et pour axe des ordonnées la médiatrice du segment [AB] orientée de manière que les points de (a), (b) et (c) aient des ordonnées positives ; soit O le milieu du segment [AB] ; on pose AB $= 2R$, $\overline{\text{OC}} = x$.

   Calculer en fonction de R et x les coordonnées des points α et β, puis les coordonnées X et Y du point I.

1. Égypte Éthiopie Liban