∽ Baccalauréat série mathématiques ∽
Athènes septembre 1954

I

1^er^ sujet

Définition du vecteur accélération, à un instant donné, d'un mobile animé d'un mouvement curviligne.
Détermination de ce vecteur dans le cas où, la position instantanée du mobile est définie par ses coordonnées dans un système d'axes rectangulaires.

2^e^ sujet

Mouvement rectiligne vibratoire simple.
Relation entre le mouvement rectiligne vibratoire simple et le mouvement circulaire uniforme.

3^e^ sujet

Équilibre d'un point matériel pouvant glisser sur un cercle avec ou sans frottement. Réaction.

II

On considère deux circonférences, (C) et (C$'$), tangentes extérieurement au point A. Soient O et O' leurs centres, R et R' leurs rayons ($R' > R$).

1. Lieu (H) des centres des circonférences (Γ) tangentes à la fois à (C) et à (C$'$) respectivement aux points M et M$'$ distincts de A.

   À quoi correspondent, en particulier, les tangentes communes extérieures à (C) et (C$'$) ?

   Indiquer quel arc de (H) correspond à un contact extérieur de (Γ) avec (C) et (C$'$) et quel arc correspond à un contact intérieur.

   À quelles conditions doivent satisfaire R et R' pour que (H) soit une hyperbole équilatère ?
2. Montrer que MM$'$ passe par un point fixe I (on mènera par A la parallèle à MM$'$, qui coupe OO$'$ en K). Calculer IO, IO$'$, IA en fonction de R et de R'. Montrer que (C) et (C$'$) se correspondent dans une inversion de centre I, dont on déterminera la puissance, et que les cercles (Γ) sont orthogonaux au cercle des points doubles (Δ) de cette inversion.
3. On transforme la figure par une inversion de centre A, de puissance $4RR'$.

   Déterminer les figures transformées des cercles (C), (C$'$) et (Γ).

   À quelle condition l'inverse (δ) de (Δ) passe-t-elle par O ?

   Par où passent alors les inverses de (C) et (C') ?

   Construire le lieu des centres des cercles (γ) inverses de (Γ) :

   a. dans le cas général [on utilisera le cercle des points doubles (Δ) de l'inversion considérée, dont on déterminera le rayon avec la règle et le compas] ;

   b. dans le cas particulier où (δ) passe par O.
4. Déterminer dans le cas général les deux cercles (Γ) tangents à une droite donnée issue de A ; soient (Γ_1) et (Γ_2) ces cercles.

   Montrer qu'il existe un cercle distinct de (C) et (C$'$) passant par A et tangent à la fois aux deux cercles (Γ_1) et (Γ_2).

   Construire ce cercle dans le cas particulier où (δ) passe par O.