Baccalauréat épreuve de spécialité

Sujet 2 – corrigé

Voie générale – Amérique du Sud – 13 novembre 2026

A. P. M. E. P.

Exercice 1 (5 points)

Une partie d'un jeu consiste à tirer deux boules dans ce sac, successivement et sans remise, pour former un nombre à deux chiffres dont le premier chiffre est le numéro de la première boule tirée et le deuxième chiffre est le numéro de la deuxième boule tirée.

Partie A

1. Pour le chiffre des dizaines, il y a 10 possibilités. Pour le chiffre des unités, il reste 9 possibilités car le tirage est sans remise. Ainsi le nombre de nombres que l'on peut former après le tirage est $10 \times 9 = 90$.

2. **a.** On détermine le nombre d'issues favorables à l'évènement : « le nombre à deux chiffres ainsi formé contient deux chiffres tous deux inférieurs ou égaux à 5 ».

6 possibilités pour le premier chiffre $\{0;1;2;3;4;5\}$ sont favorables et 5 possibilités pour le chiffre des unités pour chaque chiffre des dizaines : $\{1;2;3;4;5\}$, $\{0;2;3;4;5\}$, $\{0;1;3;4;5\}$, $\{0;1;2;4;5\}$, $\{0;1;2;3;5\}$, $\{0;1;2;3;4\}$. Cela donne $6 \times 5 = 30$ issues favorables.

Il y a 30 nombres gagnants possibles à ce jeu.

b. On utilise l'hypothèse d'équiprobabilité où chaque nombre à la même chance d'apparaître.

Sous cette hypothèse : $P(S) = \dfrac{30}{90} = \dfrac{1}{3}$.

3. On décompose l'évènement E : « avoir au moins un des deux chiffres le composant qui soit supérieur ou égal à 8 » en événements deux à deux disjoints :

E_1 : « le premier chiffre est supérieur ou égal à 8 et le deuxième chiffre inférieur strictement à 8. »

E_2 : « le premier chiffre est inférieur strictement à 8 et le deuxième chiffre supérieur ou égal à 8. »

E_3 : « les deux chiffres sont supérieur ou égaux à 8. »

$\text{Card}(E_1) = 2 \times 8 = 16$

$\text{Card}(E_2) = 8 \times 2 = 16$

$\text{Card}(E_3) = 2 \times 1 = 2$

Ainsi le cardinal de l'évènement considéré est $16 + 16 + 2 = 34$.

On peut aussi passer par l'évènement contraire $\overline{E}$: « n'avoir aucun nombre supérieur ou égal à 8 ».

Il suffit pour cela de retirer le 8 et le 9 du jeu et de recommencer avec les 8 chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

On a alors : $\text{Card}(\overline{E}) = 8 \times 7 = 56$, et donc : $\text{Card}(E) = 90 - \text{Card}(\overline{E}) = 90 - 56 = 34$.

Partie B

Un joueur joue successivement 5 parties de ce jeu, en remettant entre chaque partie les deux boules tirées dans le sac. On note alors X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées par ce joueur, c'est-à- dire le nombre de fois où il réalise l'évènement S.

1. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = P(S) = \dfrac{1}{3}$..

2. $P(X=2)=\binom{5}{2}P(S)^2\left(1-P(S)\right)^{5-2}=10\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\approx 0{,}329.$

3. L'espérance de X est : $\mathbf{E}(X)=np=5\times\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$

Si on répète un grand nombre de fois, en moyenne on gagne environ $\frac{5}{3}\approx 1{,}67$ partie sur 5.

4. On considère ici que le joueur joue n parties de ce jeu ($n\in\mathbb{N}^*$), en remettant entre chaque partie les deux boules tirées dans le sac, et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées par ce joueur.

a. Dans ce cas, la variable aléatoire Y suit une loi binomiale de paramètres n et $p=\frac{1}{3}$.

$P(Y\geqslant 1)=1-P(Y<1)=1-P(Y=0)$; or $P(Y=0)=\binom{n}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^n=\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

Donc $P(Y\geqslant 1)=1-P(Y=0)=1-\left(\frac{2}{3}\right)^n$

b. On cherche le nombre de parties que ce joueur doit jouer au minimum pour que la probabilité qu'il en gagne au moins une, soit supérieure ou égale à 0,99.

Donc on cherche la valeur de n plus petit entier tel que $1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\geqslant 0{,}99$.

$$1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\geqslant 0{,}99\iff\left(\frac{2}{3}\right)^n\leqslant 0{,}01\iff\ln\left(\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)\leqslant\ln(0{,}01)\iff n\ln\left(\frac{2}{3}\right)\leqslant\ln(0{,}01)\iff n\geqslant\frac{\ln(0{,}01)}{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}$$

Comme $\frac{\ln(0{,}01)}{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\approx 11{,}36$ alors $n=12$.

Partie C

On note Z la variable aléatoire qui à une partie de ce jeu associe le nombre à deux chiffres obtenu après une partie ; on admet que : $E(Z)=49{,}5$ et $V(Z)=815$.

1. L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est : $\forall t\in\mathbb{R}^{*+},\quad P\left(\left|Z-E(Z)\right|\geqslant t\right)\leqslant\frac{V(Z)}{t^2}$.

Pour $t=40$, on a : $P\left(\left|Z-49{,}5\right|\geqslant 40\right)\leqslant\frac{815}{40^2}$; or $\frac{815}{40^2}\approx 0{,}509$

On a donc : $P\left(\left|Z-49{,}5\right|\geqslant 40\right)\leqslant 0{,}51$.

2. L'évènement contraire de $\left(\left|Z-49{,}5\right|\geqslant 40\right)$ est $\left(\left|Z-49{,}5\right|<40\right)$ soit $\left(-40<Z-49{,}5<40\right)$ ou encore $\left(9{,}5<Z<89{,}5\right)$. Et comme Z est à valeurs entières, on peut l'écrire : $\left(10\leqslant Z\leqslant 89\right)$.

C'est donc l'évènement « le nombre à deux chiffres est compris entre 10 et 89 ».

$$\begin{aligned}P\left(\left|Z-49{,}5\right|\geqslant 40\right)\leqslant 0{,}51&\iff 1-P\left(\left|Z-49{,}5\right|\geqslant 40\right)\geqslant 0{,}49\\&\iff P\left(\left|Z-49{,}5\right|<40\right)\geqslant 0{,}49\\&\iff P\left(10\leqslant Z\leqslant 89\right)\geqslant 0{,}49\end{aligned}$$

Donc le nombre à deux chiffres obtenu à ce jeu a au moins 49 % de chances d'être compris entre 10 et 89.

Exercice 2 (5 points)

Le but de cet exercice est d'étudier la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , par : $u_{n+1} = \ln(3 + \mathrm{e}^{u_n}) - a$, où a est un entier.

Partie A : cas $a = 0$

Dans cette partie, la suite (u_n) est définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $u_{n+1} = \ln(3 + \mathrm{e}^{u_n})$.

1. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par : $v_n = \mathrm{e}^{u_n}$.

a. $v_0 = \mathrm{e}^{u_0} = \mathrm{e}^0 = 1$.

b. Montrons que la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison 3.
Pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_{n+1} - v_n = \mathrm{e}^{u_{n+1}} - \mathrm{e}^{u_n} = \mathrm{e}^{\ln\left(3+\mathrm{e}^{u_n}\right)} - \mathrm{e}^{u_n} = 3 + \mathrm{e}^{u_n} - \mathrm{e}^{u_n} = 3$
Donc la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $v_0 = 1$.

c. On en déduit l'expression de v_n en fonction de n : pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $v_n = v_0 + n \times r = 1 + 3n$.

2. **a.** On va exprimer u_n en fonction de n.
$v_n = \mathrm{e}^{u_n} \iff \ln(v_n) = \ln(\mathrm{e}^{u_n}) \iff \ln(v_n) = u_n$
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $v_n = 1 + 3n$, donc on a : $u_n = \ln(1 + 3n)$.

b. On sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$. De plus $1 + 3n$ tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.
Ainsi : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \ln(1 + 3n) = +\infty$

Partie B : cas $a = 1$

La suite (u_n) est ici définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $u_{n+1} = \ln(3 + \mathrm{e}^{u_n}) - 1$.

1. $u_1 = \ln(3 + \mathrm{e}^{u_0}) - 1 = \ln(3 + 1) - 1 = \ln(4) - 1$
$u_2 = \ln(3 + \mathrm{e}^{u_1}) - 1 = \ln\left(3 + \mathrm{e}^{\ln(4)-1}\right) - 1 = \ln\left(3 + \mathrm{e}^{\ln(4)} \times \mathrm{e}^{-1}\right) - 1 = \ln\left(3 + \dfrac{4}{\mathrm{e}}\right) - 1$

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;1]$ par : $f(x) = \ln(3 + \mathrm{e}^x) - 1$.
On admet que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;1]$.

2. On va montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
On pose $\mathscr{P}(n) : 0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.

- Montrons que $\mathscr{P}(0)$ est vraie (initialisation) :
  $u_0 = 0$ et $u_1 = \ln(4) - 1 \approx 0{,}386$; donc $0 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 1$ est vraie.
- On forme l'hypothèse de récurrence en supposant que $\mathscr{P}(n)$ est vraie.
  On a donc : $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
  Comme f est strictement croissante sur $[0\ ;\ 1]$, on obtient : $f(0) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$.
  Or $f(0) = \ln(4) - 1 \approx 0{,}386 \geqslant 1$ et $f(1) = \ln\left(3 + \mathrm{e}^1\right) - 1 \approx 0{,}744 \leqslant 1$.
  On a donc : $0 \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) < 1$ qui devient : $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} < 1$.
  $\mathscr{P}(n+1)$ est vérifiée donc $\mathscr{P}(n)$ implique $\mathscr{P}(n+1)$ (hérédité).
- D'après le principe de récurrence : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\mathscr{P}(n)$ est vraie.

3. La suite (u_n) est croissante, majorée donc, d'après le théorème de la convergence monotone, elle est convergente.

4. La limite ℓ de la suite (u_n) vérifie l'équation $f(x)-x=0$; on résout cette équation.

$$\begin{aligned}
f(x)-x=0 &\iff \ln\left(3+\mathrm{e}^{x}\right)-1-x=0\\
&\iff \ln\left(3+\mathrm{e}^{x}\right)=x+1\\
&\iff 3+\mathrm{e}^{x}=\mathrm{e}^{x+1}\\
&\iff 3=\mathrm{e}^{x}\times\mathrm{e}-\mathrm{e}^{x}\\
&\iff 3=\mathrm{e}^{x}(\mathrm{e}-1)\\
&\iff \frac{3}{\mathrm{e}-1}=\mathrm{e}^{x}\\
&\iff \ln\left(\frac{3}{\mathrm{e}-1}\right)=x
\end{aligned}$$

Ainsi (u_n) a pour limite $\ell=\ln\left(\dfrac{3}{\mathrm{e}-1}\right)$ obtenue comme unique solution de $f(x)-x=0$.

5. On veut le plus petit indice n tel que $u_n \geqslant \ell - d$, donc il faut faire tourner la boucle « While » tant que $u_n < \ell - d$.

Proposition 3 : « while U < L - d : »

Exercice 3 (5 points)

L'objectif de cet exercice est d'étudier l'évolution du nombre d'individus d'une espèce menacée présente dans un espace naturel.

Considérons la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par : $f(t)=\dfrac{800}{1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}}$.

Partie A

1. On sait que $\lim\limits_{t\to+\infty}\mathrm{e}^{-0{,}3t}=0$

Ainsi $\lim\limits_{t\to+\infty}1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}=1$ et donc $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{800}{1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}}=800$.

2. **a.** En définissant la fonction g sur $\mathbb{R}$ par $g(t)=1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}$, on a :

$$f'(t)=800\times\frac{-g'(t)}{(g(t))^2}=800\times\frac{(-1)\times(-0{,}3)\times7\times\mathrm{e}^{-0{,}3t}}{\left(1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}\right)^2}\frac{1\,680\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}}{\left(1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}\right)^2}$$

b. Pour tout t appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, $f'(t)$ est strictement positif comme quotient de nombres strictement positifs. Ainsi f est strictement croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

De plus $f(0)=100$; on établit le tableau de variations de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
Signe de $f'(x)$	$+$
Variations de f	100 ↗ $+\infty$

3. La fonction f étant continue strictement croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, les solutions de l'inéquation $f(t) > 500$ est l'intervalle $]t_1\ ;\ +\infty[$ où t_1 est le nombre tel que $f(t_1) = 500$.

On détermine t_1, c'est-à-dire l'antécédent de 500 par la fonction f :

$$\begin{aligned}
f(t) = 500 &\iff \frac{800}{1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}} = 500\\
&\iff 800 = \left(1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}\right)500\\
&\iff 300 = 3\,500\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}\\
&\iff \mathrm{e}^{0{,}3t} = \frac{35}{3}\\
&\iff \ln\left(\mathrm{e}^{0{,}3t}\right) = \ln\left(\frac{35}{3}\right)\\
&\iff 0{,}3t = \ln(35) - \ln(3)\\
&\iff t = \frac{\ln(35)-\ln(3)}{0{,}3}
\end{aligned}$$

Ainsi l'ensemble des solutions de $f(t) > 500$ est l'intervalle : $\left]\dfrac{\ln(35)-\ln(3)}{0{,}3}\ ;\ +\infty\right[$

4. a. Considérons la fonction F définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par : $F(t) = \dfrac{8\,000}{3} \times \ln\left(\mathrm{e}^{0{,}3t}+7\right)$.

Pour tout t appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, on calcule l'expression de la dérivée de F :

$$F'(t) = \frac{8\,000}{3} \times \frac{0{,}3\,\mathrm{e}^{0{,}3t}}{\mathrm{e}^{0{,}3t}+7} = 800 \times \frac{\mathrm{e}^{0{,}3t}\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}}{\mathrm{e}^{0{,}3t}\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}} = 800 \times \frac{1}{1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}} = f(t)$$

F est bien une primitive de f.

b. Calcul d'une intégrale

$$\begin{aligned}
\int_0^{10} f(t)\,\mathrm{d}t &= F(10) - F(0)\\
&= \frac{8\,000}{3} \times \ln\left(\mathrm{e}^3+7\right) - \frac{8\,000}{3} \times \ln\left(\mathrm{e}^0+7\right)\\
&= \frac{8\,000}{3}\left(\ln\left(\mathrm{e}^3+7\right) - \ln(8)\right)\\
&= \frac{8\,000}{3}\ln\left(\frac{\mathrm{e}^3+7}{8}\right)
\end{aligned}$$

c. On admet que la fonction f' est dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ et que sa fonction dérivée f'' est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par : $f''(t) = \dfrac{504\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}\left(7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}-1\right)}{\left(1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}\right)^3}$.

f est convexe sur l'intervalle où f'' est à valeurs positives et concave sur l'intervalle où f'' est à valeurs négatives.

On détermine le signe de $f''(t)$ pour $t \in [0\ ;\ +\infty[$:

Pour tout $t \in [0\ ;\ +\infty[$, $\dfrac{504\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}}{\left(1+7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}\right)^3} > 0$ comme quotient de nombres positifs. Pour tout $t \in [0\ ;\ +\infty[$, le signe de $f''(t)$ est donc celui de $7\,\mathrm{e}^{-0{,}3t} - 1$.

$$\begin{aligned}
7e^{-0,3t} - 1 \geqslant 0 &\iff 7e^{-0,3t} \geqslant 1\\
&\iff e^{-0,3t} \geqslant \frac{1}{7}\\
&\iff -0,3t \geqslant \ln\left(\frac{1}{7}\right)\\
&\iff -0,3t \geqslant -\ln(7)\\
&\iff t \leqslant \frac{1}{0,3}\ln(7)\\
&\iff t \leqslant \frac{10}{3}\ln(7)
\end{aligned}$$

Pour tout $t \in \left[0\ ;\ \frac{10}{3}\ln(7)\right]$, $f''(t) \geqslant 0$ et donc f est convexe sur $\left[0\ ;\ \frac{10}{3}\ln(7)\right]$.

Pour tout $t \in \left[\frac{10}{3}\ln(7)\ ;\ +\infty\right[$, $f''(t) \leqslant 0$ et donc f est concave sur $\left[\frac{10}{3}\ln(7)\ ;\ +\infty\right[$.

Partie B

1. D'après la réponse à la question 1 de la partie A, $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 800$.

La population suivant ce modèle se stabilise à 800 individus.

2. D'après la réponse à la question 3 de la partie A, $f(t) > 500$ pour $t > \dfrac{\ln(35)-\ln(3)}{0,3}$.

$\dfrac{\ln(35)-\ln(3)}{0,3} \approx 8,19$ donc la population dépassera 500 individus au cours de la 9e année soit en 2033.

3. La moyenne annuelle sur les 10 premières années est donnée de manière approchée par :

$$\frac{1}{10}\int_0^{10} f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{10}\times\frac{8\,000}{3}\ln\left(\frac{\mathrm{e}^3+7}{8}\right) = \frac{800}{3}\ln\left(\frac{\mathrm{e}^3+7}{8}\right) \approx 325 \text{ à l'unité près}$$

4. D'après ce modèle, la vitesse de croissance du nombre d'individus augmente pour les valeurs de t où f est convexe et diminue pour les valeurs de t où f est concave.

La vitesse de croissance cesse d'augmenter et diminue pour $t > \dfrac{10}{3}\ln(7)$.

$\dfrac{10}{3}\ln(7) \approx 6,486$.

Le directeur a tort : la vitesse de croissance commence à diminuer au cours de la septième année.

Exercice 4 (5 points)

1. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par : $\mathscr{V} = \dfrac{1}{3}\mathscr{B} \times h$ où $\mathscr{B}$ est l'aire d'une base du tétraèdre et h est la mesure de sa hauteur relative à cette base.

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times \frac{\text{CJ} \times \text{CI}}{2} \times \text{CG} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{2} \times 6 = 9$$

Réponse b. 9 cm^3

2. Une équation cartésienne de plan dont un vecteur normal est $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est de la forme :

$$x - 2y + 3z + e = 0$$

Comme K(5 ; 3 ; -1) appartient au plan :

$$x_\text{K} - 2y_\text{K} + 3z_\text{K} + e = 0 \iff 5 - 2 \times 3 + 3 \times (-1) + e = 0 \iff e = 4$$

Réponse c. $x - 2y + 3z + 4 = 0$

3. On cherche la représentation paramétrique de la droite qui passe par le point T et qui est parallèle à la droite (RS).

On considère M(x ; y ; z) un point de la droite parallèle à (RS) passant par T.

Les vecteurs $\overrightarrow{\text{MT}}$ et $\overrightarrow{\text{RS}}$ sont colinéaires. Pour tout point M(x ; y ; z) de la droite, il existe $t \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\overrightarrow{\text{MT}} = t \times \overrightarrow{\text{RS}}$$

En écrivant cette relation suivant chacune des coordonnées :

$$\begin{cases} x-(-2) &= t \times (4-2) \\ y-(-1) &= t \times (2-(-1)) \\ z-3 &= t \times (2-3) \end{cases} \iff \begin{cases} x-(-2) &= t \times 2 \\ y-(-1) &= t \times 3 \\ z-3 &= t \times (-1) \end{cases} \iff \begin{cases} x &= 2+2t \\ y &= -1+3t \\ z &= 3-t \end{cases}$$

Réponse d. $\begin{cases} x &= 2+2t \\ y &= -1+3t \\ z &= 3-t \end{cases}$ avec t réel

4. On détermine si un vecteur normal au plan est colinéaire à un vecteur directeur de la droite (cas où la droite est orthogonale au plan) ou si un vecteur normal au plan est orthogonal à un vecteur directeur de la droite (cas où la droite est strictement parallèle au plan ou incluse dans le plan). Le dernier cas est la droite sécante mais non orthogonale au plan.

Soit $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ un vecteur normal à Q et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ un vecteur directeur de D.

$\vec{n} \cdot \vec{v} = 2 \times 2 + (-1) \times 7 + 3 \times 1 = 0$

La droite D est donc parallèle au plan Q.

On détermine si la droite et le plan ont un point d'intersection, on remplace les coordonnées d'un point du plan par les coordonnées paramétriques d'un point de la droite. L'existence d'un paramètre k satisfaisant l'équation obtenue est équivalente à l'existence d'un point commun à la droite et au plan.

$$\begin{array}{rcl} 2(-4+2k)-(6+7k)+3(3+k) = 0 & \iff & -8+4k-6-7k+9+3k = 0 \\ & \iff & -5 = 0 \end{array}$$

La dernière égalité étant fausse, il n'existe pas de point appartenant à D et à Q.

Réponse a. La droite D est strictement parallèle au plan Q .

5. On considère les points M(0 ; 1 ; 2), N(3 ; 0 ; 2) et P(3 ; 1 ; 0).

On cherche une mesure en degré, arrondie au dixième près, de l'angle $\widehat{\text{MNP}}$.

On a :

$\overrightarrow{\text{NP}}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\left\|\overrightarrow{\text{NP}}\right\| = \sqrt{5}$, $\overrightarrow{\text{NM}}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\left\|\overrightarrow{\text{NM}}\right\| = \sqrt{10}$, $\overrightarrow{\text{NP}} \cdot \overrightarrow{\text{NM}} = \left\|\overrightarrow{\text{NP}}\right\| \left\|\overrightarrow{\text{NM}}\right\| \cos\left(\widehat{\text{MNP}}\right)$.

$\cos\left(\widehat{\text{MNP}}\right) = \dfrac{\overrightarrow{\text{NP}} \cdot \overrightarrow{\text{NM}}}{\left\|\overrightarrow{\text{NP}}\right\| \left\|\overrightarrow{\text{NM}}\right\|} = \dfrac{1}{5\sqrt{2}}$. $\arccos\left(\dfrac{1}{5\sqrt{2}}\right) \approx 1{,}429$ en radians. $1{,}429 \times \dfrac{180}{\pi} \approx 81{,}9$

Réponse d. 81,9°