

∞ Baccalauréat épreuve de spécialité (terminale) ∞
Voie technologique – Série STI2D – Polynésie – 16 juin 2026

Corrigé

Exercice PCM (2 points)

3. *Première approche* : On vérifie que la fonction donnée est bien solution de l'équation différentielle, avec la condition initiale.

Avec $\omega(t) = -660e^{-0,028t} + 660$, on a :

- $\omega(0) = -660e^{-0,028 \times 0} + 660 = -660 \times 1 + 660 = 0$,
la condition initiale est bien vérifiée;
- pour tout t réel positif, on a : d'une part : $\omega'(t) = -660 \times (-0,028e^{-0,028t}) + 0 = 660 \times 0,028e^{-0,028t}$,
c'est-à-dire : $\omega'(t) = 18,48e^{-0,028t}$;
d'autre part : $-0,028\omega(t) + 18,48 = -0,028(-660e^{-0,028t} + 660) + 18,48$
$$= 0,028 \times 660e^{-0,028t} - 0,028 \times 660 + 18,48$$
$$= 18,48e^{-0,028t} - 18,48 + 18,48$$
$$= 18,48e^{-0,028t}.$$

On constate que, pour tout réel positif, on a : $\omega'(t) = -0,028\omega(t) + 18,48$;
 ω vérifie l'équation différentielle.

En conclusion, la fonction ω est bien la solution de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale $\omega(0) = 0$.

Seconde approche : On utilise la propriété du cours.

- L'équation différentielle est de la forme $y' = ay + b$ donc on sait que les solutions sont les fonctions de la forme : $t \mapsto Ce^{at} - \frac{b}{a}$, où C est un réel quelconque.

Avec $a = -0,028$ et $b = 18,48$, on a : $-\frac{b}{a} = -\frac{18,48}{-0,028} = +660$.

On en déduit que les solutions à l'équation différentielle sont les fonctions de la forme :

$\omega : t \mapsto Ce^{-0,028t} + 660$, où C est un réel quelconque.

- Pour vérifier que l'image de 0 est 0, on a :

$$\begin{aligned}\omega(0) = 0 &\iff Ce^{-0,028 \times 0} + 660 = 0 \\ &\iff Ce^0 = -660 \\ &\iff C = -660\end{aligned}$$

Ainsi, la fonction ω , solution de l'équation différentielle et qui vérifie $\omega(0) = 0$ est la fonction définie par :

$\omega : t \mapsto -660e^{-0,028t} + 660$.

4. On a :

- $\lim_{t \rightarrow +\infty} -0,028t = -\infty$, par limite du produit ;

- par composition, on en déduit : $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,028t} = \lim_{X \rightarrow -\infty} e^X = 0$;
- puis, par limite du produit : $\lim_{t \rightarrow +\infty} -660 e^{-0,028t} = 0$;
- et enfin, par limite de la somme : $\lim_{t \rightarrow +\infty} -660 e^{-0,028t} + 660 = 660$.

Ainsi, on a : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \omega(t) = 660$.

Cela signifie que la vitesse maximale de rotation du moteur est de $660 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

5. $\frac{1}{20} \times 660 = 33$.

Puisque la vitesse du rotor est un vingtième de la vitesse du moteur, on en déduit que la vitesse maximale du rotor est de $33 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

6. $\frac{2\pi}{33} \approx 0,19$ est le temps (exprimé en secondes) que met le rotor à faire un tour complet (c'est-à-dire une rotation de $2\pi \text{ rad}$). Ce temps est proche de $0,2 = \frac{1}{5}$, cela signifie que le rotor fait environ 5 tours par seconde.

L'extrémité de la pale décrit un cercle de rayon 5 mètres.

$$2\pi \times R = 2\pi \times 5 = 10\pi \approx 31,4.$$

La circonférence de ce cercle est de 10π mètres (soit environ 31,4 mètres).

$$\frac{10\pi}{\frac{2\pi}{33}} = 10\pi \times \frac{33}{2\pi} = 5 \times 33 = 165.$$

La vitesse à l'extrémité de la pale est donc de $165 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Remarque : ce résultat est cohérent avec l'ordre de grandeur d'environ 5 tours d'environ 31 mètres soit environ 155 mètres en une seconde.

7. La vitesse à l'extrémité des pales est donc nettement inférieure à la vitesse du son dans l'air : les règles de sécurité sont bien respectées.

Exercice maths (4 points)

Question 1

1. Dérivons F . Pour tout t réel, on a :

$$F'(t) = -2,5 \times (-2e^{-2t}) + 3 = (-2,5) \times (-2)e^{-2t} + 3 = 5e^{-2t} + 3.$$

On a bien $F'(t) = f(t)$ pour tout nombre t réel : F est bien une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2. On en déduit que :

$$I = \int_{-2}^0 (5e^{-2t} + 3) dt = \int_{-2}^0 f(t) dt = [F(t)]_{-2}^0 = F(0) - F(-2)$$

$$I = (-2,5e^{-2 \times 0} + 3 \times 0) - (-2,5e^{-2 \times (-2)} + 3 \times (-2)) = (-2,5 \times 1 + 0) - (-2,5e^4 - 6)$$

$$I = -2,5 + 2,5e^4 + 6 = 3,5 + 2,5e^4.$$

On arrive bien à l'égalité annoncée : $I = 3,5 + 2,5e^4$.

Question 2

- Dérivons g . Pour tout réel x , on a : $g'(x) = 2 \times (3e^{3x}) - 0 = 6e^{3x}$.
La fonction exponentielle est à valeurs positives, donc, pour tout x réel : $e^{3x} > 0$.
Comme 6 est strictement positif aussi, pour tout x réel : $g'(x) = 6e^{3x} > 0$.
On a bien démontré que la fonction g' est à valeurs strictement positives.
- Comme g a une fonction dérivée à valeurs strictement positives, on en déduit que g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Réolvons : $g(x) = 0 \iff 2e^{3x} - 16 = 0$

$$\iff 2e^{3x} = 16$$

$$\iff e^{3x} = 8$$

$$\iff 3x = \ln(8) \quad \text{car } 8 > 0$$

$$\iff x = \frac{1}{3} \ln(8)$$

$$\iff x = \frac{1}{3} \ln(2^3) = \frac{1}{3} \times 3 \ln(2)$$

$$\iff x = \ln(2)$$

La solution de l'équation est donc $\ln(2)$, la réponse $\frac{1}{3} \ln(8)$ est correcte également.

Question 3

- On calcule : $-2z_B = 2e^{i\pi} \times 2e^{i\frac{2\pi}{3}} = 2e^{i\frac{3\pi}{3}} \times 2e^{i\frac{2\pi}{3}} = 2 \times 2 \times e^{i(\frac{3\pi}{3} + \frac{2\pi}{3})} = 4e^{i\frac{5\pi}{3}} = z_A$.
On arrive bien à : $z_A = -2z_B$.
- La proposition correcte est la proposition 2.
En effet, si on a $z_A = -2z_B$, cela veut dire que $\overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{OB}$, car O étant l'origine du repère, l'affixe d'un point M est aussi l'affixe du vecteur $\overrightarrow{OM}$.
L'égalité $\overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{OB}$ traduit bien le fait que A est l'image de B par l'homothétie de centre O (car les vecteurs ont comme origine O) et de rapport -2 (car le vecteur image est le produit du vecteur antécédent par le réel -2).