

Corrigé

Exercice PCM (2 points)

9. a. Déterminons la dérivée de A

$$\text{Si } f(x) = k e^{ax} \quad \text{alors} \quad f'(x) = k a e^{ax}$$

$$\text{On a donc : } A'(t) = 5 \times (-0,315) e^{-0,315t} = -1,575 e^{-0,315t}.$$

La proposition est bien vérifiée.

b. Étudions le sens de variation de A.

La fonction exponentielle est à valeurs strictement positives, et $-1,575 < 0$ par conséquent pour tout x réel positif, $A'(t) < 0$.

Comme pour tout x réel de $\mathbb{R}^+$, on a $A'(x)$ strictement négatif, alors on en conclut que A est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^+$.

10. Résolvons l'équation $A(t) = 1,25$ dans l'intervalle $[0; +\infty[$.

$$5 e^{-0,315t} = 1,25 \iff e^{-0,315t} = 0,25 \quad 0,25 = \frac{1}{4}$$

$$\iff \ln(e^{-0,315t}) = \ln\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\iff -0,315t = -\ln(4)$$

$$\iff 0,315t = 2\ln(2)$$

$$\iff t = \frac{2\ln(2)}{0,315}$$

L'équation a une solution : $\frac{2\ln(2)}{0,315}$, qui, arrondie à 10^{-1} est 4,4.

Exercice maths (4 points)

Question 1

Par lecture graphique, avec la précision permise, $f(2) = 5$.

Question 2

Avec g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x)$.

On obtient, pour tout x de $]0; +\infty[$: $g'(x) = 2x + 2 + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 2x + 1}{x}$.

Question 3

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sur $\mathbb{R}$ sont les fonctions y définies par :

$y(x) = Ce^{ax}$ où C est une constante quelconque.

Ici, $a = -2$ d'où les solutions sont les fonctions définies par : $y(x) = Ce^{-2x}$.

Question 4

$$\int_2^5 h(x) dx = 6$$

La valeur moyenne de la fonction f sur $[a; b]$ est le nombre $\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$.

La valeur moyenne de h sur $[2; 5]$ est donc : $\mu = \frac{1}{5-2} \int_2^5 h(x) dx$ d'où $\mu = \frac{1}{3} \times 6 = 2$.

La valeur moyenne de h sur $[2; 5]$ est 2.