

Bandes dessinées et statistiques

Jean-Marie Parnaudeau

Jean-Marie Parnaudeau enseigne au lycée Alienor d'Aquitaine à Poitiers (86).

¹ Extrait de l'introduction de « Conceptions du hasard et enseignement des probabilités et statistiques » de Dominique Lahanier-Reuter PUF 1999.

² Dans le document d'accompagnement du programme de seconde, on peut lire ; « *formellement, simuler une expérience, c'est choisir un modèle de cette expérience, puis simuler ce modèle* ».

« *L'enseignement et l'apprentissage des probabilités et des statistiques sont, plus que d'autres peut-être, des enseignements et des apprentissages difficiles. En ce lieu des mathématiques, la construction du sens, la maîtrise des outils se révèlent particulièrement délicates à élaborer, mais aussi à accompagner* »¹.

Le contexte

Un des thèmes d'étude de la classe de seconde générale et technologique s'intitule : « *Simulations du lancer de deux dés identiques et distribution de la somme des faces. On pourra aussi faire directement l'expérience avec des dés pour bien faire sentir la notion de simulation...* »

Ce thème d'étude fait suite à la partie 2 du chapitre de statistique « Simulation et fluctuation d'échantillonnage ».

L'idée

D'abord deux constats.

Il n'y pas de recette miracle (à ma connaissance !) pour intéresser les élèves à un problème de mathématiques d'autant plus que, la plupart du temps, le problème en question est très loin de leur culture ou (et) de leurs préoccupations.

Le travail présenté ci-dessous ne s'inscrit pas exactement dans la problématique de ce thème d'étude (pas seulement pour une question de durée). En effet, il est indispensable de faire effectivement l'expérience (c'est-à-dire de lancer deux dés). Une fois que cette expérience a été faite un certain nombre de fois par l'élève, le recours à la simulation, c'est-à-dire en quelque sorte à une expérience cano-

nique², devient intéressant. Dans le cadre du programme de seconde, on peut considérer au moins deux expériences canoniques :

- le modèle d'urne, qui permettra plus tard la mise en place du calcul des probabilités, dans le cas fini,
- le modèle « *virtuel* » (expression de l'auteur) par exemple $=ENT(6*ALEA())+1$ qui permet la simulation avec un tableur d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Une idée pour intéresser les élèves à ce thème consiste à partir d'un extrait de la bande dessinée « Le devin » des bien connus Uderzo et Goscinny. Certes, c'est une bande dessinée ancienne (car plus « vieille » que les élèves), mais elle est connue au moins de nom et surtout grâce aux films récents.

D'un point de vue pratique...

La séance décrite a été réalisée en salle d'informatique (deux groupes, un de 17 et un de 18), un élève par poste, les élèves avaient déjà effectué et simulé des phénomènes type lancer de dé(s) équilibré(s) - dont le nombre de faces peut être choisi à loisir-, lancer d'une pièce truquée ou non... Les fonctions du tableur déjà utilisées permettaient de faire les simulations demandées (il s'agit essentiellement de ALEA(), ENT() et des outils de comptages NB.SI(;) et SOMME()).

D'un point de vue pratique, j'ai fourni un fichier « tableur » contenant deux feuilles, la première contenant l'extrait de la bande

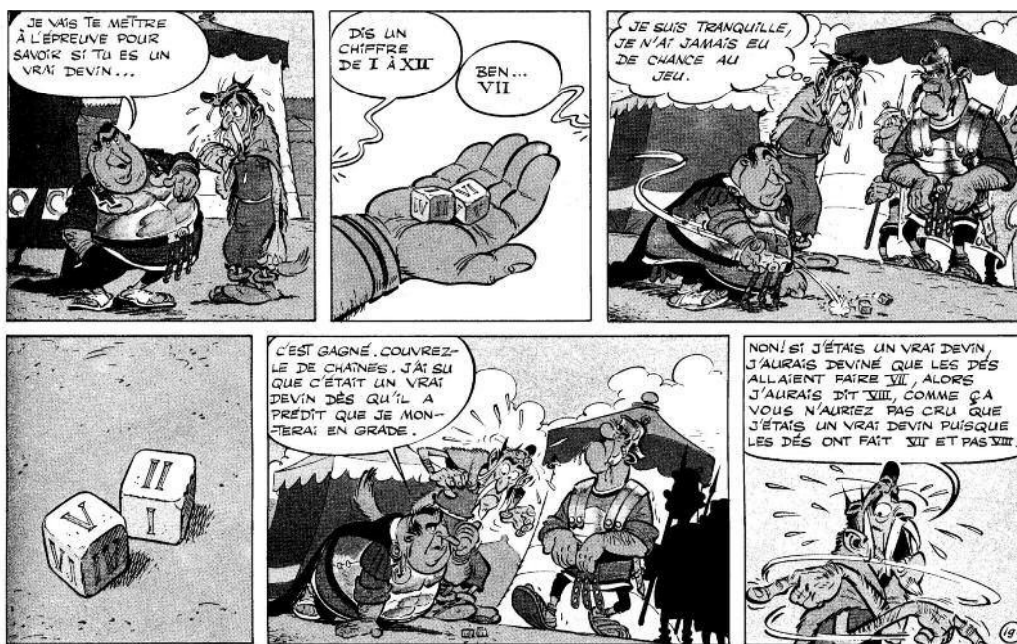
dessinée fournie ci-dessous, et la deuxième dans laquelle les élèves ont effectué les simulations et ont rédigé leurs réponses dans une zone texte. Ce fichier, disponible sur le répertoire commun de la classe, a été copié par chaque élève sur son compte personnel du réseau. Chaque élève dispose donc, au début, du même fichier.

L'activité

Les élèves ont ouvert le fichier et vu l'extrait de la BD. Je leur ai demandé de la lire, puis j'ai raconté rapidement le contexte afin de situer l'histoire. Enfin ma question a été : « En quoi les mathématiques peuvent-elles nous aider à y comprendre quelque chose de plus ? ».

J'ai alors demandé aux élèves de relire attentivement chaque vignette. En effet, elles méritent chacune une attention particulière.

La question était volontairement très vague (certain-e-s diront même que c'est « une bizarre de question »), l'utilité éventuelle des mathématiques pour comprendre une BD, ce n'est pas commun. L'idée était de faire émerger des questions et de trier parmi les réponses proposées, de façon à recentrer le débat sur notre objectif final... Par exemple, un élève s'est demandé si les dés étaient des « vrais dés », c'est-à-dire un dé dont la somme des numéros de deux faces opposées est toujours 7.



La vignette 1 a permis d'ancrer la notion de « mettre une hypothèse à l'épreuve des faits », le romain, comme un professeur interroge un élève pour savoir s'il connaît son cours, va poser une question au devin et en fonction du résultat va décider si oui ou non il est devin. Pour les élèves, c'est clair, « *Il va le tester !* ».

L'analogie entre le romain et le professeur n'est pas fortuite. Il est connu de tous que si un élève ne sait pas répondre à une

question, cela ne prouve pas qu'il n'a pas appris son cours et que s'il sait répondre à une question de cours, cela ne prouve pas qu'il a compris.

Pour la vignette 2, le romain tient dans sa main deux dés dont on peut penser qu'il s'agit de dés classiques (c'est-à-dire dont les faces sont numérotées de 1 à 6). La question posée par l'enseignant est « Que pensez-vous de l'injonction « Dis un chif-

² En mathématiques, le terme « événement » fait partie du vocabulaire du calcul des probabilités, il est pris ici au sens usuel du terme. « Beaucoup de chances de se produire » est explicite comme ayant plus de chances de se produire que d'avoir une autre somme. En dehors du langage « tableur », toutes les expressions doivent être prises au sens commun du terme.

³ Historiquement, c'est un peu plus compliqué, il semblerait que les romains utilisaient deux types de dés : des dés à 6 faces (*tesserae*) et des dés à quatre faces (*tali*) ; ces derniers dés ayant des faces marquées 1, 3, 4 et 6.

⁴ Par abus de langage, le mot simulation désignera dans la suite « faire 200 simulations du lancer de deux dés et faire la somme des numéros des faces ». Le résultat de la simulation, pour ce qui nous intéresse, sera un tableau dans lequel figurera le nombre d'occurrences des différentes sommes.

fre entre I et XII » ? ». Les élèves trouvent assez vite que la somme ne peut pas être égale à 1. Certains émettent des doutes sur les capacités intellectuelles du romain (euphémisme !).

Les dés sont lancés (*Alea jacta est* !), la somme est égale à 7. La question posée par l'enseignant est : « Cet événement² avait-il beaucoup de chances de se produire ? ».

Spontanément certains élèves affirment que c'est une chance sur 12 (il y a douze sommes possibles donc...). Sans pour autant faire du dénombrement, d'autres élèves font remarquer qu'avoir une somme de 2 n'est possible que si l'on a deux fois 1, alors qu'il y a « *plein* » de façons d'avoir une somme égale à 7, donc « *y a plus de chances d'avoir 7 que 2* ».

Je leur propose de simuler ce jeu à l'aide du tableur. Mais quelle simulation ? Une discussion difficile s'engage : argumentant que le romain lance les deux dés en même temps, les partisans de « la loi uniforme sur [[2 ; 12]] » reprennent le dessus. Par ailleurs, les partisans de « *c'est pas simple* » se posent la question « Est-ce que lancer deux dés en même temps, c'est comme lancer un dé, puis un autre parce que « *ça on sait faire* » ? ».

Une fois ces problèmes réglés, on se met d'accord sur une stratégie : du fait qu'il y a 11 résultats possibles, on va faire « beaucoup de lancers de deux dés ». Il est décidé de faire 200 lancers de deux dés bien équilibrés (aucune indication n'est donnée à ce sujet dans la BD, par suite, on considère que le romain possède des dés *honnêtes*³). En fait, pour des raisons pratiques, la simulation mise en place avec les élèves consiste à lancer un premier dé, noter le numéro obtenu, puis à lancer un deuxième dé et noter son numéro. Les

élèves n'ont pas posé la question « Est-ce que lancer deux dés et lire les numéros » c'est « *pareil* » que de « lancer un dé noter le numéro, relancer le dé, et noter le numéro ? » ou bien « lancer un dé, noter le numéro, lancer un autre dé et noter le numéro ? » ce qui aurait été une bonne question. Cette question ne se pose que si l'on utilise des dés pour faire les lancers... Avec un tableur, cette question n'a pas de sens, puisque, et ce n'est qu'une des raisons, tous les calculs sont successifs. Mais cela nous éloigne du sujet.

Le lancer d'un dé est simulé par l'instruction `ENT(6*ALEA())+1`. On pourrait utiliser `ALEA.ENTRE.BORNES(;)`, mais cette fonction n'est pas toujours implantée dans l'installation standard d'un tableur.

Les résultats sont consignés dans un tableau, le nombre d'occurrences d'une somme est compté à l'aide de la fonction `NB.SI(;)`. Un graphique est effectué.

Au début, les élèves sont surpris du résultat. Ils « relancent » la simulation⁴ et constatent, d'une part une relative stabilité des fréquences, et d'autre part qu'effectivement une somme de 2 est moins fréquente qu'une somme de 7.

Certes, l'expérience amène à la conclusion que c'est un vrai devin parce qu'il avait su prévoir le résultat, pourtant les élèves en doutent ; en effet si c'était un vrai devin, alors il aurait dû prévoir que la somme serait 7 et connaissant le sort réservé aux devins par les romains, il aurait proposé une autre somme.

Un élève fait remarquer « *Il est bête* », et effectivement s'il avait réfléchi (qu'il soit devin ou non !), pour ne pas passer pour un devin, « *il aurait proposé 2 ou 12* » parce que « *avec 7, c'est là qu'il avait le plus de chances de se faire prendre* ».

Un prolongement, le jeu de passe-sept

On lance deux dés, si le total des points dépasse 7, alors le joueur gagne, si le total est égal à 7, le coup est déclaré nul et si le total est inférieur à 7, alors le joueur perd. A-t-on plus de chances de gagner que de perdre, dit autrement, la probabilité de gagner est-elle supérieure (ou égale) à celle de perdre ?

Il suffit de compter le nombre de sommes égales à 2, 3, 4, 5 ou 6 et le nombre de sommes égales à 8, 9, 10, 11 et 12.

Il est difficile d'y voir clair à l'aide de simulations (en effet les probabilités de gagner ou de perdre sont égales) ; un débat s'impose. Le fait de relancer la simulation (touche F9 par exemple) fait qu'un élève est amené à changer d'avis (ce qui le perturbe !). Assez vite, deux écoles s'affrontent (gentiment !) ; ceux qui avaient remarqué que le 7 avait plus de chances que le 2 et qui entreprennent de « compter les chances » (en général en écrivant tous les cas possibles) et ceux qui seraient plutôt de l'avis d'augmenter le nombre de lancers, c'est-à-dire de passer de 200 lancers de deux dés à 1 000 et même 10 000. Manque de chance : à l'aide de simulations, on ne peut pas se décider⁵. Par contre, les tenants de la voie du dénombrement arrivent à la conclusion que si les dés ne sont pas truqués, alors on a autant de chances de gagner que de perdre (il y a autant de façons d'avoir une somme inférieure ou égale à 7 que de

façons d'avoir une somme supérieure ou égale à 8). En un certain sens, ils rejoignent les premiers écrits sur les jeux de hasard (énumération des cas).

La « réconciliation » de ces deux cadres (cadre dénombrement et cadre simulation) ne peut pas se faire en classe de seconde.

Quelques compléments

Dans les manuels de seconde, ce thème est souvent traité et les instructions tableur sont souvent données. Je crois que ce n'est pas utile. En effet, l'élève face à une question doit, en fonction des potentialités du tableur, choisir et utiliser celle(s) dont il a besoin ; de même que dans un problème de géométrie, c'est à l'élève de choisir le matériel (compas, règle, calculatrice...), le ou les théorèmes qu'il va utiliser pour résoudre ledit problème, ce n'est pas à l'enseignant (sauf, bien sûr, dans une phase d'apprentissage) de dire : « Prends ta règle, utilise tel théorème, calcule ceci... ». Ne perdons pas de vue qu'il s'agit de faire des mathématiques à l'aide d'un tableur et non de « faire du tableur » ; de la même façon que l'on construit une figure de géométrie avec une règle et un compas et qu'il n'y a pas de cours de règle ou de gomme ! Pour effectuer des simulations en seconde avec un tableur, quelques instructions suffisent. Le programme 2009 et son document d'accompagnement en proposent quelques-unes, utiles pour les simulations.

⁵ Comme on le sait bien à l'aide de simulations, quitte à en faire « beaucoup », on peut mettre statistiquement en évidence des différences ; mais, statistiquement parlant, mettre en évidence une égalité est « contre nature ».

Références

Le programme de seconde et le document d'accompagnement de l'ancien programme de seconde. L'apparition du calcul des probabilités en seconde (nouveau programme rentrée 2009) permet d'aborder la question sous un autre angle. Dans le document d'accompagnement du programme de seconde, on peut lire ; « *formellement, simuler une expérience, c'est choisir un modèle de cette expérience, puis simuler ce modèle* ».