

Brevet de technicien supérieur - session 2001 Agencement de l'environnement architectural

A. P. M. E. P.

Exercice 1

10 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm)

A- Déterminer les constantes réelles a et b pour que la courbe représentative de la fonction g définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = (ax + b)e^{-x}$$

passe par le point A de coordonnées (0 ; 4) et admette en ce point une tangente de coefficient directeur nul.

B- On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par

$$f(x) = (4 - 4x)e^{-x}$$

et on note (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Étudier les variations de f .
2. Donner une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de $f(0,25)$, $f(0,5)$, et $f(0,75)$.
3. Tracer la courbe (\mathcal{C}) .
4. On note H la fonction définie sur $[0; 1]$ par

$$H(x) = (2x)e^{-x}$$

- a. Calculer la dérivée de H et en déduire une primitive de f sur $[0; 1]$.
- b. Calculer, en cm^2 , l'aire de la portion de plan limitée par la courbe et les deux axes. (On donnera la réponse exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près).
5. En traçant les courbes symétriques de (\mathcal{C}) par rapport aux deux axes de coordonnées et par rapport à l'origine, on obtient une courbe fermée qui sera prise comme contour du fond d'une boîte cylindrique de hauteur 10 cm. Calculer, en cm^3 , au cm^3 près, le volume de la boîte.

Exercice 2

10 points

Dans la production d'une entreprise on prélève 100 rouleaux de papier de tapisserie dont on mesure les longueurs. On obtient les résultats suivants :

Longueur en m	[9,93; 9,95[[9,95; 9,97[[9,97; 9,99[[9,99; 10,01[[10,01; 10,03[[10,03; 10,05[[10,05; 10,07[
Effectifs	5	11	23	25	19	13	4

A-

1. Construire l'histogramme de cette série.
2. En remplaçant chaque classe par son centre affecté de l'effectif correspondant, calculer la moyenne et l'écart-type de cette série à 10^{-3} près. (Le détail des calculs n'est pas demandé).

B- On note X la variable aléatoire qui, à un rouleau pris au hasard, associe sa longueur exprimée en mètres. On admet que X suit une loi normale de moyenne $m = 10$ et d'écart-type $\sigma = 0,03$.

1. Considérant que les rouleaux trop longs peuvent être recoupés, on décide qu'un rouleau est accepté si sa longueur est supérieure ou égale à 9,95 m. Calculer la probabilité, à 10^{-2} près, qu'un rouleau pris au hasard dans la production :
 - a. soit accepté.
 - b. soit refusé.
2. Parmi les rouleaux acceptés, ceux dont la longueur est supérieure à 10,05 m sont recoupés avant expédition.
 - a. Calculer $P(9,95 \leq X \leq 10,05)$ (on donnera l'arrondi à 10^{-2} près).
 - b. Quelle est la probabilité qu'un rouleau pris au hasard dans la production soit accepté et expédié sans être recoupé ?

C- On admet dans cette partie que la probabilité qu'un rouleau pris au hasard dans la production soit refusé est 0,05.

On prélève au hasard 5 rouleaux dans la production. (Ce prélèvement est assimilé à un tirage de 5 rouleaux successivement avec remise). On appelle Y la variable aléatoire qui associe à chacun de ces prélèvements le nombre de rouleaux refusés parmi les 5.

1. Quelle est la loi de probabilité de Y ? (On précisera ses paramètres).
2. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité de chacun des événements suivants :
 - a. Parmi les 5 rouleaux, aucun n'est refusé.
 - b. Parmi les 5 rouleaux, au moins 1 est refusé.