

~ Brevet de technicien supérieur session 2005 ~  
 Agencement de l'environnement architectural

A. P. M. E. P.

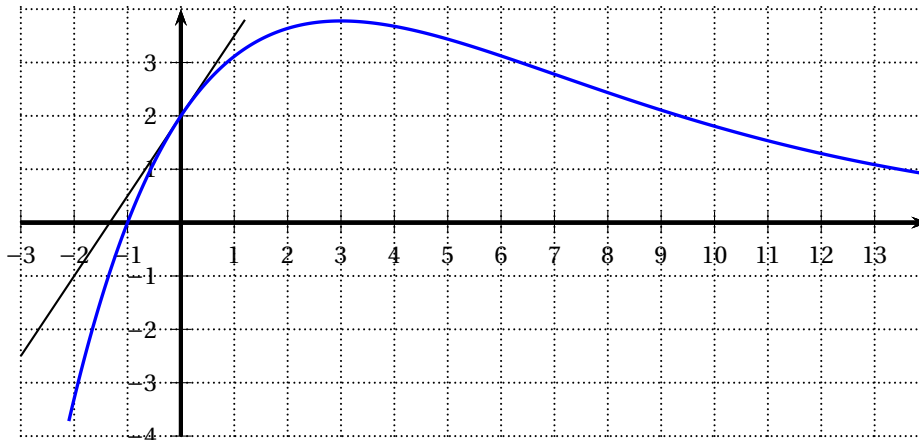
**Exercice 1**

**10 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité graphique 1 cm). On considère la courbe  $(\mathcal{C})$  (représentée ci-dessous) d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-3; +\infty[$  par

$$f(x) = (ax + b)e^{0,25x}.$$

Les nombres réels  $a$  et  $b$  sont à déterminer.



**Partie A : détermination, puis étude de la fonction  $f$**

1.
  - a. Déterminer une équation de la droite  $(T)$  passant par les points A de coordonnées  $(0; 2)$  et B de coordonnées  $(-2; -1)$ .
  - b. Calculer la dérivée  $f'$  de la fonction  $f$  en fonction des réels  $a$  et  $b$ .
  - c. Déterminer les réels  $a$  et  $b$  sachant que la courbe  $(\mathcal{C})$  passe par le point A et admet en ce point la droite  $(T)$  pour tangente.
2. Dans la suite du problème, on considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-3; +\infty[$  par

$$f(x) = (2x + 2)e^{-0,25x}.$$

Calculer la dérivée de la fonction  $f$ , étudier son signe, puis dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .

**Partie B : calcul du volume d'un solide de révolution puis fabrication.**

1. On considère le domaine  $\mathcal{D}$  du plan limité par la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 13$ . On rappelle que le volume  $V$  du solide de révolution engendré par la rotation du domaine  $\mathcal{D}$  autour de l'axe des abscisses est en unités de volume :

$$V = \pi \int_0^{13} [f(x)]^2 dx.$$

- a. Vérifier que la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[-3 ; +\infty[$ , par  $g(x) = [f(x)]^2$  est telle que :

$$g(x) = 4(x^2 + 2x + 1)e^{-0,5x}.$$

- b. Démontrer que la fonction  $G$  définie sur l'Intervalle  $[-3 ; +\infty[$  par

$$G(x) = -4(-2x^2 - 12x - 26)e^{-0,5x}$$

est une primitive de la fonction  $g$ .

- c. Calculer la valeur exacte du volume  $V$  en unités de volume, puis donner une valeur arrondie à  $10^{-3}$  près.
2. Une entreprise réalise un pied de lampe de salon, de la forme du solide étudié précédemment, par tournage sur une ébauche en bois plein composée d'éléments collés.  
Ce pied de lampe est à l'échelle 3 par rapport au solide étudié dans la partie B. 1..  
Quelle est la valeur maximale en dm arrondie à  $10^{-2}$  près du diamètre de cet objet ?  
Quel est le volume en  $\text{dm}^3$  d'un pied de lampe ?

### Exercice 2

10 points

#### Partie A

On prélève au hasard dans la production des pieds de lampe, un échantillon de taille 80 ; on mesure la masse de chacun. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

Masse en kg	[5,1 ; 5,3]	[5,3 ; 5,5]	[5,5 ; 5,7]	[5,7 ; 5,9]	[5,9 ; 6,1]	[6,1 ; 6,3]	[6,3 ; 6,5]
Effectifs	1	6	16	33	18	4	2

1. a. Construire l'histogramme de cette série  
b. En remplaçant chaque classe par sa valeur centrale, calculer la moyenne puis l'écart type de cette série statistique arrondis à  $10^{-2}$  près (le détail des calculs n'est pas demandé).
2. On note  $X$  la variable aléatoire qui, à un pied de lampe pris au hasard dans la production, associe sa masse en kg. On suppose que  $X$  suit une loi normale de moyenne 5,8 et d'écart type 0,22.  
(Les probabilités demandés seront arrondies à  $10^{-2}$  près).
- a. Calculer la probabilité qu'un pied de lampe choisi au hasard ait sa masse comprise entre 5,5 kg et 6,2 kg.  
b. On décide de rejeter les pieds de lampe dont la masse est supérieure à 6,1 kg. Quelle est la probabilité pour qu'un pied de lampe pris au hasard soit rejeté ?

#### Partie B

Une chaîne de magasins commercialise ces lampes de salon ; elle souhaite étudier l'évolution du nombre de lampes vendues en fonction du nombre de magasins dans lesquels la lampe est proposée.

Le tableau suivant présente cette évolution.

Nombre de magasins $x_i$	15	40	70	90	100	150
Nombre de lampes vendues $y_i$	60	254	362	504	615	810

On décide d'ajuster cette série statistique à deux variables par la méthode des moindres carrés.

1. Déterminer à l'aide de la calculatrice le coefficient de corrélation de cette série. Est-on dans des conditions satisfaisantes pour réaliser un ajustement affine ?
2. Déterminer à la calculatrice une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  sous la forme  $y = mx + p$  avec  $m$  et  $p$  arrondis à  $10^{-2}$  près.
3. En déduire une estimation du nombre de lampes vendues, si la chaîne présente celles-ci dans 400 magasins.