

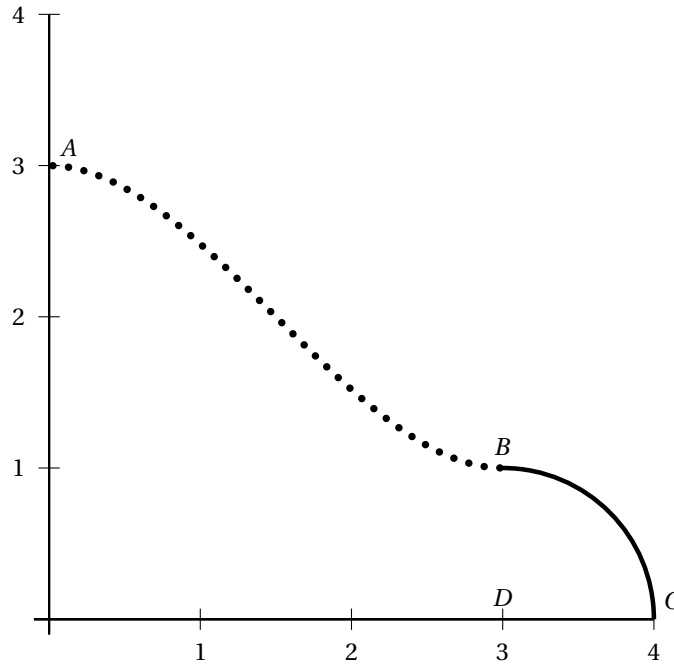
∞ **Brevet de technicien supérieur - session 2003** ∞
Agencement de l'environnement architectural

A. P. M. E. P.

Exercice 1

8 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm).



On considère les points $A(0; 3)$, $B(3; 1)$, $C(4; 0)$ et $D(3; 0)$.

La courbe ci-dessus est constituée de deux parties :

- La partie en trait continu est un quart de cercle de centre D et de rayon 1.
- La partie en trait pointillé est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 3]$.

Partie A : détermination de f .

La partie en trait pointillé doit satisfaire les conditions suivantes :

- elle passe par A et par B ;
- la tangente en A est parallèle à l'axe des abscisses;
- le raccordement avec la partie en trait continu doit être le plus régulier possible, c'est-à-dire que la tangente au cercle en B est aussi tangente à la courbe en pointillé.

1. Traduire ces quatre contraintes par quatre conditions sur la fonction f et sa fonction dérivée f' .

2. Vérifier que la fonction f_0 définie sur l'intervalle $[0; 3]$ par

$$f_0(x) = \frac{4}{27}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 3 \text{ satisfait ces quatre conditions.}$$

On admet alors que l'arc \widehat{AB} est la courbe représentative de f_0 .

3. Calculer l'aire, en cm^2 , de la surface délimitée par la courbe et les deux axes (arrondir à l'unité).

Partie B : le plateau de table.

En faisant subir à la courbe une symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses, puis à l'ensemble une symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées, on obtient une courbe fermée T.

Cette courbe T constitue, à l'échelle 1/5, le contour extérieur d'un plateau de table, réalisé dans un matériau de 6 cm d'épaisseur et dont la masse volumique est de $1,7 \text{ g/cm}^3$.

- Calculer le volume en cm^3 du plateau, à 1 cm^3 près.
- Calculer sa masse en kg (*arrondir à 3 décimales*).

Exercice 2

12 points

Une entreprise d'agencement fabrique des tables. Une des machines débite les pieds des tables.

Partie A : étude d'un échantillon.

Dans la production d'une journée, on étudie un échantillon de 200 pieds, dont on mesure les longueurs. On obtient la série suivante :

Longueur en cm	[70,6; 70,7[[70,7; 70,8[[70,8; 70,9[[70,9; 71,0[[71,0; 71,1[[71,1; 71,2[[71,2; 71,3[[71,3; 71,4[
Effectif	2	6	20	40	48	48	32	4

- Calculer, à 0,1 mm près, la longueur moyenne et l'écart-type de cette série.
- Un pied de table n'est pas utilisable si sa longueur est inférieure à 70,8 cm. Quel est dans cet échantillon le pourcentage de pieds défectueux ?

Partie B : réglage de la machine.

La longueur moyenne des pieds peut varier d'un jour à l'autre. La fabrication est jugée acceptable tant que la longueur moyenne des pieds est supérieure ou égale à 70,8 cm. Le tableau suivant contient les longueurs moyennes en cm des pieds au cours des 7 premiers jours de fabrication.

Jour x_i	0	1	2	3	4	5	6
Longueur moyenne y_i	71	70,99	70,98	70,97	70,95	70,92	70,90

- Représenter le nuage des points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal, avec pour unités :
En abscisse : 2 cm pour 1 jour.
En ordonnée : 1 cm pour 0,1 cm (commencer la graduation à 70,0 cm).
- Un ajustement affine de ce nuage de points semble-t-il approprié ? Justifier.
- À l'aide de la calculatrice, donner :
 - le coefficient de corrélation entre x et y à 10^{-2} près ;
 - une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (*arrondir les coefficients à 4 décimales*).
- À l'aide de cette équation de droite, déterminer au bout de combien de jours il faudra à nouveau régler la machine.

Partie C : les pièces défectueuses.

Dans cette partie, on considère que la probabilité qu'un pied de table, pris au hasard dans la production, ne soit pas utilisable est 0,04.

On prélève dans la production, au hasard, et avec remise, un échantillon de 100 pieds. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque prélèvement de 100 pieds le nombre de pieds défectueux.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.
2. Calculer à 10^{-3} près la probabilité de chacun des évènements suivants :
 - a. Parmi les 100 pieds, aucun n'est défectueux.
 - b. Parmi les 100 pieds, au moins un est défectueux.
3. On décide d'approcher la loi de X par une loi de Poisson.
 - a. Préciser ses paramètres.
 - b. Calculer alors la probabilité qu'il y ait au plus un pied défectueux.