

œ Brevet de technicien supérieur œ
Assistant en création industrielle - session 2003

A. P. M. E. P.

Exercice 1

6 points

On rapporte le plan à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 - z\sqrt{3} + 1 = 0.$$

Les solutions, notées z_1 et z_2 , seront données sous forme algébrique puis sous forme exponentielle.

2. Montrer que les points M_1 et M_2 d'affixe respective z_1 et z_2 sont sur le cercle de centre O et de rayon 1. En déduire une construction de ces points.
3. Calculer $\alpha = z_1 + z_2$, $\beta = z_1^2 + z_2^2$, $\gamma = z_1^3 + z_2^3$.

Exercice 2

14 points

Pour construire un tremplin de ski d'été en béton, une station de sport d'hiver fait appel à un ingénieur qui choisit de le profiler en utilisant la courbe représentative d'une fonction.

- A. Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Déterminer les réels a , b , c et d tels que

$$f(0) = 1 \quad f(1) = 0 \quad f'(0) = 0 \quad f'(1) = 0.$$

- B. On rapporte le plan à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) [unité : 10 cm]

1. Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

2. Étudier les variations de g sur $[0; 1,3]$ et dresser son tableau de variations.
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative \mathcal{C} de g au point d'abscisse $x = 1,3$.
4. Tracer la partie de la courbe \mathcal{C} correspondant à l'intervalle $[0; 1,3]$ ainsi que ses tangentes aux points d'abscisse $x = 0$, $x = 1$ et $x = 1,3$.

C. Hachurer la partie du plan délimitée par les axes, la droite d'équation $x = 1,3$ et la courbe \mathcal{C} .

1. Calculer son aire, exprimée en cm^2 .
2. Ce domaine hachuré représente la coupe à l'échelle 1/100 d'un tremplin de ski en béton de largeur 5 m. Calculer le volume de béton nécessaire à la conception de ce tremplin.