

œ Brevet de technicien supérieur œ
session 2004 - Assistant en création industrielle

A. P. M. E. P.

Exercice 1

7 points

Les deux questions A et B sont indépendantes.

A. Une entreprise fabrique des vêtements de sport pouvant présenter deux défauts indépendants :

- La probabilité que le tissu présente un défaut est 0,02.
- La probabilité d'un défaut de confection est 0,05.

1. Calculer la probabilité qu'un vêtement ait les deux défauts.
2. Montrer que la probabilité qu'un vêtement soit sans défaut est 0,931.

A. En une semaine, l'entreprise fabrique 1 000 vêtements. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de vêtements sans défaut fabriqués en une semaine.

1. Quelle est la loi de X ? Calculer son espérance et son écart type.
2. On admet que cette loi peut-être approchée par une loi normale de moyenne $m = 931$ et d'écart type $\sigma = 8$.
 - a. Calculer la probabilité $p(927 \leq X \leq 935)$.
 - b. Pour quelle valeur de x arrondie à l'entier le plus proche, a-t-on $p(X \leq x) = 0,95$?

Exercice 2

13 points

Soit (E) l'équation différentielle suivante

$$y' + y = e^{-x} \quad (\text{E})$$

où y est une fonction dérivable de la variable réelle x et y' la fonction dérivée.

Partie I

1. Résoudre l'équation sans second membre $y' + y = 0$.
2. Déterminer un réel a tel que la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = axe^{-x}$ soit solution de (E).
3. En déduire la solution générale de l'équation (E) puis la solution f telle que $f(0) = 2$.

Partie II

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = (x+2)e^{-x}.$$

1. Calculer la dérivée de f et étudier son signe. Dresser son tableau de variations sur l'intervalle $[-2; 4]$.
2. Tracer la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f sur cet intervalle dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) ; unité 2 cm.
3. Vérifier que la fonction F définie sur \mathbb{R} par

$$F(x) = -3e^{-x} - xe^{-x}$$

est une primitive de f .

4. Calculer l'aire du domaine limité par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses, et les deux droites d'équation $x = -2$ et $x = 4$. On donnera cette aire en unités d'aire et une valeur approchée en cm^2 à 10^{-2} près.