

⌘ Brevet de technicien supérieur ⌘
Assistant en création industrielle session 2006

A. P. M. E. P.

Exercice 1

8 points

Dans cet exercice tous les résultats seront donnés à 10^{-4} près.

Une usine fabrique des balles de tennis. Un contrôle de qualité montre que 3 % des balles produites ne sont pas conformes au cahier des charges de la fabrication.

On prélève au hasard dans la production 300 balles de tennis. Le nombre de balles produites est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ces prélèvements à des tirages indépendants.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot de 300 balles tirées, associe le nombre de balles non conformes.

1.
 - a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X en justifiant la réponse et en précisant la valeur des paramètres de cette loi.
 - b. Calculer la probabilité qu'il y ait exactement 4 balles non conformes ? au plus 4 balles non conformes ?
 - c. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et l'écart type $\sigma(X)$ de la variable aléatoire X .
2. On admet que cette loi peut être approchée par une loi normale de moyenne $m = 9$ et d'écart type $\sigma = 3$.
 - a. Calculer $P(X \leq 12)$.
 - b. Calculer $P(6 \leq X \leq 12)$.

Problème

12 points

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 8]$ par

$$g(x) = 24x^3 - 1536.$$

1. Calculer $g(4)$.
2. Déterminer les réels a , b et c tels que :

$$g(x) = 24(x-4)(ax^2 + bx + c).$$

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 8]$ par

$$f(x) = 12x^2 + \frac{1536}{1536x}.$$

1. Calculer $f'(x)$ et vérifier que, pour tout $x \in [1 ; 8]$

$$f'(x) = \frac{24(x-4)(x^2 + 4x + 16)}{x^2}.$$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 8]$.

3. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal dans lequel 1 cm représente 1 cm sur l'axe des abscisses et 100 cm sur l'axe des ordonnées (on utilisera le papier millimétré).

Partie C

On doit réaliser une boîte en forme de parallélépipède rectangle à base carrée de volume 128 cm^3 .

Des contraintes pour le coût de la boîte sont imposées. La matière utilisée coûte :

6 centimes d'euro le cm^2 pour le fond et le couvercle ;

3 centimes d'euro le cm^2 pour les faces latérales.

On désigne par x le côté en cm de la base carrée de la boîte et par h la hauteur en cm de cette boîte.

1. Exprimer en fonction de x et de h le volume de la boîte. En déduire h en fonction de x .
2. Montrer que le coût de revient en centimes d'euro de la boîte est
$$C(x) = 12x^2 + \frac{1536}{x}.$$
3. Pour quelle valeur de x le coût de la boîte sera-t-il minimal ? Quelle est alors la valeur de h ?