

~ Brevet de technicien supérieur session 2010 ~
Comptabilité et gestion des organisations
Nouvelle-Calédonie

A. P. M. E. P.

Exercice 1

10 points

A. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[1; 100]$ par

$$f(x) = \frac{e^{0,02x+0,28}}{x}.$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) . On prend comme unités graphiques 1 cm pour 10 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 0,1 sur l'axe des ordonnées.

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - a. Montrer que, pour tout x de $[1; 100]$: $f'(x) = \frac{e^{0,02x+0,28}}{x^2} (0,02x - 1)$.
 - b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1; 100]$.
2. Établir le tableau de variations de f sur $[1; 100]$. On complètera ce tableau avec des valeurs exactes.
3. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-2} .

x	1	5	10	20	50	80	100
$f(x)$	1,35				0,07		

4. Construire la courbe \mathcal{C} sur une feuille de papier millimétré.
5. Résoudre graphiquement dans $[1; 100]$ l'inéquation $f(x) \leq 0,3$. On fera apparaître sur la figure les constructions utiles.

B. Calcul intégral

Soit g la fonction définie sur $[1; 100]$ par

$$g(x) = 10e^{0,02x+0,28}.$$

On note $I = \int_1^{100} g(x) dx$.

1. Démontrer que $I = 500(e^{2,28} - e^{0,3})$.
2. En déduire la valeur approchée arrondie à 10^{-2} de la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[1; 100]$.

C. Application des parties A et B

Une entreprise fabrique et vend chaque jour un certain type d'articles. Le coût de production, en euros, d'un article en fonction du nombre x de dizaines d'articles fabriqués est $f(x)$, où f est la fonction définie au début de la partie A.

1. Déduire de la partie A le nombre d'articles que l'entreprise doit fabriquer pour que le coût unitaire de production soit inférieur ou égal à 30 centimes d'euros.

2. a. Justifier que le nombre $g(x)$ défini dans la partie B représente le coût total de production de x dizaines d'articles fabriqués par l'entreprise.
- b. Donner à l'aide d'une phrase, une interprétation économique du résultat obtenu à la question 2. de la partie B.

Exercice 2**10 points****Les trois parties de cet exercice sont indépendantes**

Une chaîne de magasins de bricolage commercialise deux types de ponceuses : des ponceuses « elliptiques » et des ponceuses « à bande ».

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-2}

A. Loi binomiale

On note D l'évènement : « Une ponceuse elliptique prélevée au hasard dans un stock important de la chaîne est défectueuse ».

On suppose que $P(D) = 0,08$.

On prélève au hasard 25 ponceuses elliptiques dans le stock pour vérification. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 25 ponceuses.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de ponceuses défectueuses de ce prélèvement.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait exactement quatre ponceuses défectueuses.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait au moins une ponceuse défectueuse.
4. a. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .
b. La réparation d'une ponceuse défectueuse coûte 30 euros. Quelle est, pour un lot de 25 ponceuses elliptiques, le montant moyen des réparations des ponceuses elliptiques défectueuses ?

B. Approximation d'une loi binomiale par une loi normale

On note R l'évènement : « Une ponceuse à bande prélevée au hasard dans un lot important provenant du fabricant nécessite un réglage avant sa commercialisation ».

On suppose que $P(R) = 0,45$.

On prélève au hasard un lot de 50 ponceuses à bande pour vérification. Le lot est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 50 ponceuses.

On considère la variable aléatoire Y qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de ponceuses à bandes de ce prélèvement nécessitant un réglage.

On admet que la variable aléatoire Y suit la loi binomiale de paramètres 50 et 0,45 (**ce résultat n'a pas à être justifié**).

On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire Y par la loi normale de moyenne 22,5 et d'écart type 3,5.

On note Z une variable aléatoire suivant la loi normale de moyenne 22,5 et d'écart type 3,5.

1. Justifier le choix des paramètres de cette loi normale (3,5 est une valeur approchée arrondie à 10^{-1}).

2. Calculer la probabilité qu'au moins 25 ponceuses nécessitent un réglage c'est à dire calculer $P(Z \geq 24,5)$.

C. Probabilités conditionnelles

Les ponceuses à bande proviennent de deux fabricants, notés « fabricant 1 » et « fabricant 2 ».

50 % des ponceuses provenant du fabricant 1 nécessitent un réglage et 37 % des ponceuses provenant du fabricant 2 nécessitent un réglage.

On prélève au hasard une ponceuse dans un stock important contenant 60 % de ponceuses provenant du fabricant 1 et le reste du fabricant 2.

On définit les événements suivants :

A : « La ponceuse provient du fabricant 1 » ;

B : « La ponceuse provient du fabricant 2 » ;

E : « La ponceuse nécessite un réglage ».

1. Dédurre des informations figurant dans l'énoncé les probabilités $P(A)$; $P(B)$; $P_A(E)$ et $P_B(E)$.
2. Calculer $P(A \cap E)$ et $P(B \cap E)$. En déduire $P(E)$.
3. Calculer la probabilité que la ponceuse provienne du fabricant 1 sachant qu'elle nécessite un réglage.