

**œ Brevet de technicien supérieur œ**  
**Design d'espace session 2006**

A. P. M. E. P.

**Exercice 1**

**12 points**

Dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 5 cm, on considère la courbe  $\mathcal{C}$  dont un système d'équations paramétriques est :

$$\begin{cases} x = f(t) = -t^3 + 3t \\ y = g(t) = -2t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 3t \end{cases} \quad \text{où } t \text{ appartient à l'intervalle } [0; 1]$$

1. Calculer  $f'(t)$  et  $g'(t)$  où  $f'$  et  $g'$  sont les fonctions dérivées respectives des fonctions  $f$  et  $g$ .
2. Étudier les signes respectifs de  $f'(t)$  et  $g'(t)$  lorsque  $t$  varie dans l'intervalle  $[0; 1]$ .
3. Rassembler les résultats dans un tableau de variation unique.
4. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  en chacun des trois points O, A, B obtenus respectivement pour  $t = 0$ ,  $t = 0,5$  et  $t = 1$ .
5. Placer les points O, A, B, tracer avec précision, sur une feuille de papier millimétré, la tangente en chacun des points, puis la courbe  $\mathcal{C}$ .

**Exercice 2**

**8 points**

Dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace, on donne les points suivants par leurs coordonnées :

$$A(1; 3; -1); B(2; 1; 4); C(5; 0; 3) \text{ et } D(4; 2; -2).$$

1.
  - a. Montrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
  - b. Calculer le produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ .  
Que peut-on en déduire sur la nature du parallélogramme ABCD ?
2. Calculer les coordonnées du milieu I de [AC].
3. On considère la pyramide SABCD de sommet S(6,5; 9,5; 3,5).
  - a. Montrer que le vecteur  $\vec{IS}$  est orthogonal à chacun des deux vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{BC}$ .
  - b. Calculer la valeur exacte du volume de la pyramide SABCD dont [IS] est une hauteur.
4. On se propose de déterminer une mesure en degrés de l'angle  $\widehat{SAB}$ .
  - a. Calculer le produit scalaire  $\vec{AS} \cdot \vec{AB}$ .
  - b. Donner les valeurs exactes des distances AS et AB.  
En déduire la valeur exacte de  $\cos \widehat{SAB}$  puis une valeur approchée, arrondie à  $10^{-1}$  de la mesure en degrés de l'angle  $\widehat{SAB}$ .