

**∞ Brevet de technicien supérieur Métropole ∞
session 14 mai 2012 - Informatique de gestion**

A. P. M. E. P.

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

Durée : 3 heures

Coefficient : 2

Exercice 1

5 points

À un carrefour, le cycle d'un feu tricolore est tel que, chaque fois qu'un automobiliste se présente devant ce feu, on considère qu'on a affaire à une expérience aléatoire : la probabilité que ce feu soit vert est égale à 0,4, celle qu'il soit rouge est égale à 0,5, celle qu'il soit orange est égale à 0,1.

1. Monsieur Germain travaille 250 jours dans une année et se présente devant ce feu chaque jour en se rendant à son travail. On assimile cette situation à 250 expériences aléatoires indépendantes du type précédent. Soit X la variable aléatoire qui indique le nombre de jours dans l'année où Monsieur Germain se présente devant le feu alors qu'il est vert.
Expliquer pourquoi la variable aléatoire X suit une loi binomiale, et préciser ses paramètres.
2. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire X par celle d'une variable aléatoire X_1 suivant une loi normale.
 - a. Justifier que les paramètres de cette loi sont $m = 100$ et $\sigma = 7,75$.
 - b. Calculer $P(X_1 \leq 80)$ puis $P(90 \leq X_1 \leq 110)$, en arrondissant les résultats au millième.
 - c. Déterminer le réel a tel que $P(100 - a \leq X_1 \leq 100 + a) = 0,95$. Arrondir à l'entier.
Interpréter le résultat trouvé en formulant une phrase.

Exercice 2

4 points

Un immeuble de 30 étages ne comporte qu'un seul ascenseur A. Pour limiter le temps d'attente au rez-de-chaussée, on décide de mettre un deuxième ascenseur B en service avec un logiciel qui le fera descendre au rez-de-chaussée sous certaines conditions.

On considère les trois propositions suivantes :

s : « l'ascenseur A est à un étage supérieur au 15^e étage » ;

m : « l'ascenseur A monte » ;

r : « l'ascenseur A est appelé ».

1. Traduire par une expression booléenne chacune des situations suivantes :
 - a. « l'ascenseur A est appelé alors qu'il est à un étage supérieur au 15^e étage ;
 - b. « l'ascenseur A est appelé ou il ne monte pas ».
2. À la suite d'une étude, on fait en sorte que l'ascenseur B descende au rez-de-chaussée chaque fois que l'expression booléenne $F = sr + m\bar{r} + \bar{s}m + \overline{smr}$ est vraie.
 - a. À l'aide d'un tableau de Karnaugh, écrire l'expression F comme une somme de deux variables booléennes.
 - b. Traduire l'expression simplifiée de F par une phrase.
 - c. Quelle est l'expression de \bar{F} ? À quelle situation correspond-elle ?

Exercice 3**11 points****Partie A - Calcul de probabilités**

Pour toutes les probabilités calculées, on donnera les valeurs arrondies au millième.

1. Dans un atelier de fabrication de composants électroniques, on estime que, chaque fois qu'on effectue un point de soudure, la probabilité que cette soudure soit défectueuse est égale à 0,001. La fabrication d'un composant électronique nécessite 300 points de soudure, qui peuvent être défectueux ou non, et ce de façon indépendante.

On prélève au hasard dans la production un de ces composants électroniques. On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de soudures défectueuses de ce composant.

- a. On admet que la variable X suit une loi binomiale. Préciser les paramètres de cette loi.
 - b. Calculer $P(X \geq 1)$.
2. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire X par celle d'une variable aléatoire Y suivant une loi de Poisson de paramètre λ .
 - a. Déterminer la valeur du paramètre λ .
 - b. Calculer $P(Y \geq 3)$.

Partie B - Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[0; 8]$ par :

$$f(x) = 100(3x - 8)e^{-x}.$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

La courbe \mathcal{C} est représentée en annexe.

1. Calculer $f'(x)$ en détaillant les calculs, et montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0; 8]$, $f'(x)$ est du signe de $11 - 3x$.
2. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 8]$, et dresser le tableau de variation. Dans ce tableau, les valeurs remarquables de $f(x)$ seront arrondies au centième.
3. Soit F la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[0; 8]$ par :
$$F(x) = 100(-3x + 5)e^{-x}.$$
 - a. Démontrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $[0; 8]$.
 - b. Sur la feuille annexe, hachurer la région du plan comprise entre la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 6$, puis calculer l'aire de cette région, en unité d'aire. Arrondir au dixième.

Partie C - Application économique

Dans cette partie, on considère que $f(x)$ modélise le bénéfice (en milliers d'euros) réalisé par cette entreprise pour la fabrication et la vente de x centaines de composants (pour x compris entre 0 et 8).

1. Déterminer le nombre de composants, arrondi à l'unité, que doit fabriquer l'entreprise pour réaliser un bénéfice maximal. Préciser ce bénéfice maximal, arrondi à l'euro.
2. Déterminer graphiquement à la dizaine près le nombre de composants que doit fabriquer l'entreprise pour réaliser un bénéfice d'au moins 5000 euros. Expliquer la démarche.

ANNEXE : à rendre avec la copie

