

**∞ Brevet de technicien supérieur Métropole ∞
session 2002 - Informatique de gestion**

A. P. M. E. P.

Épreuve facultative

Exercice 1

10 points

Soit f la fonction de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x(e^x + e^{-x}).$$

1. Montrer qu'on peut écrire $f(x) = 2x + x^3 + x^3\epsilon(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0$.
2. Calculer à l'aide d'une intégration par parties la valeur exacte de l'intégrale

$$I = \int_0^1 f(x) dx.$$

3. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $J = \int_0^1 (2x + x^3) dx$.
4. Vérifier que : $|I - J| < 0,02$.

Exercice 2

10 points

Les probabilités seront données sous la forme décimale arrondie à 10^{-3} près.

La fonction de fiabilité d'un composant C est définie par :

$$R(t) = e^{-0,0125t}, \quad (t \text{ en jours}).$$

On note X la durée de vie aléatoire (en jours) du composant C.

1. Quel est le temps moyen de bon fonctionnement du composant C ?
2. Quelle est la probabilité que le composant C fonctionne encore au bout de 60 jours ?
3. Au bout de combien de jours la fiabilité deviendra t-elle inférieure à 0,1 ?
4. Un dispositif utilise 4 composants C identiques, fonctionnant simultanément et de manière indépendante. Le dispositif est **opérationnel** si **au moins 3** de ces composants fonctionnent.

On note F le nombre aléatoire de composants qui fonctionneront encore dans 60 jours, et on admet que F suit la loi binomiale $\mathcal{B}(4; 0,47)$.

Quelle est la probabilité que le dispositif soit opérationnel dans 60 jours ?