

🌀 Brevet de technicien supérieur Nouvelle-Calédonie 🌀
session décembre 2002 - Informatique de gestion

A. P. M. E. P.

Exercice 1

5 points

Dans un ensemble E muni d'une structure d'algèbre de Boole, on considère l'expression

$$A = ab\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c}.$$

1. **a.** Représenter A dans un tableau de Karnaugh.
En déduire une simplification de A.
- b.** Retrouver par le calcul le résultat précédent.
2. On considère l'opérateur « implication », noté \longrightarrow , défini par : $(x \longrightarrow y) = \bar{x} + y$.
 - a.** Calculer : $(x \longrightarrow 0)$.
 - b.** Démontrer que : $x + y = ((x \longrightarrow 0) \longrightarrow y)$,
puis que : $\bar{x}\bar{y} = (((x \longrightarrow 0) \longrightarrow y) \longrightarrow 0)$.
 - c.** Déduire des questions précédentes une écriture de A à l'aide des variables a, b, c de la constante 0 et du seul opérateur « implication » [les opérateurs +, ., complémentation, sont exclus].

Exercice 2

8 points

Partie A

On considère la fonction f de variable réelle x définie sur l'intervalle $[3 ; 30]$ par :

$$f(x) = (x-3)e^{-\frac{x}{4}+6}$$

On désigne par (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (unités graphiques : 0,5 cm sur l'axe des abscisses ; 0,05 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Démontrer que, pour tout réel x , on a $f'(x) = \left(-\frac{x}{4} + \frac{7}{4}\right)e^{-\frac{x}{4}+6}$.
2. Justifier le signe de la dérivée de f sur l'intervalle $[3 ; 30]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.
3. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (\mathcal{C}) au point A d'abscisse 24.
4. Tracer la droite (T) et la courbe (\mathcal{C}) dans le repère donné.

Partie B

Avant la commercialisation d'un nouveau système d'alarme, la société SECUPRO réalise une enquête auprès des entreprises de la région Rhône-Alpes afin de déterminer le nombre d'acheteurs potentiels du logiciel en fonction de son prix de vente.

Les résultats de cette enquête sont donnés dans le tableau suivant :

x_i : prix en centaine d'euros	3	6	9	12	15	18
y_i : nombre d'acheteurs potentiels	200	100	50	20	10	5

L'allure du nuage de points de la série $(x_i ; y_i)$ conduit à poser $z_i = \ln y_i$.

1. Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant, en arrondissant les valeurs de z_i au millième le plus proche :

x_i	3	6	9	12	15	18
$z_i = \ln y_i$						

2. Donner la valeur arrondie à 10^{-3} près du coefficient de corrélation linéaire de la série.
Un ajustement affine est-il justifié?
3. Déterminer une équation de la droite de régression de z en x , sous la forme $z = ax + b$, a sera arrondi au centième le plus proche et b arrondi à l'entier le plus proche.
4. Dédurre, du résultat obtenu à la question précédente, une expression de y en fonction de x . Utiliser cette expression pour estimer le nombre d'acheteurs potentiels du logiciel si le prix de vente est de 1000 euros.

Partie C

Le prix de revient d'un système d'alarme est de 300 euros.

On suppose dans cette partie, qu'une estimation du nombre d'acheteurs potentiels est $y = e^{-\frac{x}{4}+6}$, où x est le prix de vente exprimé en centaine d'euros.

- Justifier que la fonction f étudiée dans la partie A, donne une estimation du bénéfice réalisé par la société SECUPRO en fonction du prix de vente unitaire proposé pour le système d'alarme.
- À quel prix la société doit-elle proposer le système d'alarme pour que ce bénéfice soit maximum ? Quel est alors ce bénéfice à 100 euros près ?

Exercice 3

7 points

Une usine fabrique en grande série des pièces susceptibles de présenter deux défauts notés a et b .

Une étude statistique de la production conduit aux résultats suivants :

- 5 % des pièces présentent le défaut a ,
- 4 % des pièces présentent le défaut b ,
- 1 % des pièces présentent les deux défauts.

On prélève au hasard une pièce dans la production.

On note A l'évènement « la pièce présente le défaut a », B l'évènement : « la pièce présente le défaut b ».

Partie A

- Les évènements A et B sont-ils indépendants ?
 - Calculer la probabilité de l'évènement A sachant que B est réalisé.
- Calculer la probabilité de l'évènement C : « La pièce prélevée présente au moins un défaut ».
 - Soit D l'évènement : « La pièce prélevée ne présente aucun défaut ». Montrer que la probabilité de l'évènement D est 0,92.

Partie B

On prélève au hasard un lot de 100 pièces dans la production. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement de 100 pièces, associe le nombre de pièces du lot ne présentant aucun défaut.

Dans cette partie, on donnera les valeurs décimales arrondies à 10^{-3} près des probabilités demandées.

1.
 - a. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b. Calculer la probabilité d'avoir exactement une pièce présentant au moins un défaut dans un lot.
2. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire X par la loi normale de paramètres $m = 92$ et d'écart type $\sigma = 2,71$.

On note Y la variable aléatoire suivant la loi normale de paramètres 92 et 2,71.

- a. Justifier le choix des paramètres m et σ .
- b. Calculer la probabilité pour qu'un lot de 100 pièces contienne au plus 86 pièces sans défaut, c'est-à-dire $P(Y \leq 86,5)$.
- c. Calculer la probabilité pour qu'un lot de 100 pièces contienne au moins 90 % de pièces sans défaut, c'est-à-dire $P(Y > 89,5)$.