

**œ Brevet de technicien supérieur œ**  
**Nouvelle-Calédonie**  
**session novembre 2011 - Informatique de gestion**

A. P. M. E. P.

**Épreuve facultative**

**Exercice 1**

**8 points**

*Les trois questions sont indépendantes*

1. On donne le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  :

$$f(t) = 1 + 2t + \frac{1}{3}t^2 + t^2\epsilon(t) \quad \text{avec} \quad \lim_{t \rightarrow 0} \epsilon(t) = 0.$$

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(t) = (1+t)g'(t)$ .

- a. Déterminer le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de  $g(t)$ .
  - b. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction  $g$  dans un repère, au point d'abscisse 0.
2. À l'aide d'une intégration par parties, calculer la valeur exacte de l'intégrale :

$$I = \int_0^1 xe^x dx.$$

**Exercice 2**

**12 points**

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

**Partie A**

La direction des ressources humaines d'une entreprise de plus de 20 000 salariés a décidé de rembourser à ses salariés les frais professionnels de téléphone mobile. Pour prévoir cette dépense dans le budget, il a donc été réalisé une enquête auprès de 200 salariés leur demandant le montant de cette dépense. *Cette expérience est assimilée à un tirage aléatoire avec remise.*

Pour cet échantillon, la moyenne est  $\bar{x} = 54$  € et l'écart-type est  $s = 9$  €.

On désigne par  $\bar{X}$  la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 200 salariés prélevé au hasard dans l'ensemble des salariés de l'entreprise, associe la moyenne des montants en euros de ces dépenses. *On pourra assimiler ces prélèvements à des prélèvements aléatoires avec remise.*

1. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne  $m$  des montants des dépenses en téléphone mobile professionnel de l'ensemble des salariés de l'entreprise.
2. Justifier le fait qu'une estimation ponctuelle de l'écart-type ( $J$  des montants des dépenses en téléphone mobile professionnel de l'ensemble des salariés de l'entreprise, arrondie au centième, est égale à 9,02.
3. On rappelle que  $m$  est la moyenne de ces dépenses pour l'ensemble des salariés de l'entreprise. On admet que  $\bar{X}$  suit la loi normale  $\mathcal{N}\left(m; \frac{\sigma}{\sqrt{200}}\right)$ . On prendra pour  $\sigma$  la valeur arrondie trouvée à la question 2.

Donner un intervalle de confiance de  $m$  avec le coefficient de confiance de 95%. *Arrondir au centième les bornes de cet intervalle.*

### Partie B

Dans cette question, on pourra considérer que  $m = 54 \text{ €}$  et  $a = 9,02 \text{ €}$ . L'entreprise comprend un département « production ».

Sur un échantillon aléatoire de 80 personnes du département « production », on a relevé que le montant moyen des dépenses professionnelles en téléphone mobile est égal à 55,40 euros. (On assimilera ce relevé à une série de 80 tirages aléatoires avec remise.)

On étudie dans cette partie le fait que les dépenses professionnelles en téléphone mobile sont significativement différentes dans le département « production » par rapport à ce qu'elles sont dans l'entreprise entière. Pour cela, on va effectuer un test d'hypothèse bilatéral au seuil de 5 %.

On considère :

- l'hypothèse nulle  $H_0$  : le montant moyen des dépenses professionnelles en téléphone mobile du département « production » est le même que dans l'entreprise entière ;
- l'hypothèse alternative  $H_1$  : le montant moyen des dépenses professionnelles en téléphone mobile du département « production » est différent de ce qu'il est dans l'entreprise entière.

On admet que, sous l'hypothèse  $H_0$ , la variable aléatoire  $Y$  qui, à chaque échantillon aléatoire de 80 salariés prélevé au hasard dans l'ensemble des salariés de l'entreprise, associe la moyenne des montants en euros de ces dépenses, suit la loi normale

$$\mathcal{N}\left(54, \frac{9,02}{\sqrt{80}}\right).$$

1. Parmi les quatre intervalles proposés, quel est celui qu'il faut utiliser pour effectuer le test ?

$$I = \left[ 55,4 - 1,64 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}} ; 55,4 + 1,64 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}} \right] \quad ; \quad J = \left[ 55,4 - 1,96 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}} ; 55,4 + 1,96 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}} \right]$$

$$K = \left[ 54 - 1,64 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}} ; 54 + 1,64 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}} \right] \quad ; \quad L = \left[ 54 - 1,96 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}} ; 54 + 1,96 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}} \right].$$

2. Énoncer une règle de décision.
3. En utilisant les informations recueillies sur l'échantillon de 80 personnes du département « production », peut-on décider que les dépenses en téléphone mobile professionnel sont, au seuil de 5 %, significativement différentes dans le département « production » par rapport à ce qu'elles sont dans l'entreprise entière ?