

⌘ BTS Informatique de gestion ⌘

Métropole session 2004

Durée : 1 heure

coefficient : 1

ÉPREUVE FACULTATIVE

EXERCICE 1

11 points

On pose $f(x) = x \times \ln(1+x)$, x étant une variable réelle de $] -1 ; +\infty[$.

- Calcul d'un développement limité
 - En utilisant le développement limité d'ordre 2, au voisinage de 0, de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$, montrer qu'on peut écrire :

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x^3 + x^3\epsilon(x) \text{ avec } \lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0.$$

- En déduire le signe de $f(x)$ au voisinage de 0.
- Sans utiliser les développements limités, montrer que $f(x) = x \times \ln(1+x)$ est positif ou nul pour tout x de $] -1 ; +\infty[$.
 - On considère l'équation différentielle

$$(E) : \quad xy' - y = \frac{x^2}{1+x},$$

x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$ et y étant une fonction inconnue de la variable x .

- Vérifier que f est solution de (E).
- Résoudre l'équation (E).

EXERCICE 2

9 points

Dans tout cet exercice, les résultats des calculs de probabilités seront donnés sous leur forme arrondie à 10^{-3} près.

La durée de vie d'une diode (en heures) est une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,00008$.

- Quel est le temps moyen de bon fonctionnement de cette diode ?
- Quelle est la probabilité que la diode fonctionne encore au bout de 10 000 heures ?
- Quelle est la probabilité que la première panne intervienne entre la 10 000^e et la 15 000^e heure ?
- Quel devrait être, arrondi à l'heure près, le temps moyen de bon fonctionnement de la diode pour qu'elle ait une chance sur deux de fonctionner encore au bout de 20 000 heures ?