

œ Brevet de technicien supérieur Métropole œ
session mai 2011 - Informatique de gestion

Épreuve facultative

A. P. M. E. P.

Exercice 1

12 points

1. Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle

$$(E) : y' - 2y = e^{2x},$$

où y est une fonction de la variable réelle x qui est définie et dérivable sur \mathbb{R} .

a. Résoudre l'équation différentielle sans second membre

$$(E_0) : y' - 2y = 0.$$

b. Montrer que la fonction u définie pour tout réel x par : $u(x) = xe^{2x}$, est une solution particulière de l'équation (E).

c. En déduire la solution générale de (E).

d. Déterminer la solution particulière g de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $g(0) = 1$.

2. Développement limité d'une fonction

Soit f la fonction définie pour tout réel x par :

$$f(x) = (x + 1)e^{2x}.$$

a. Donner le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de e^{2x} .

b. En déduire le développement limité à l'ordre 2 de la fonction f au voisinage de 0.

c. Déterminer une équation de la tangente à la représentation graphique de la fonction f au point A de coordonnées (0 ; 1).

Exercice 2

8 points

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au centième et les durées seront arrondies au jour.

Une entreprise est spécialisée dans la réparation de matériel audiovisuel dont certains composants sont très fragiles. Elle souhaite proposer à ses clients une période de garantie, après réparation d'un composant défectueux. Une étude a été menée portant sur la fiabilité des composants après ce type de réparation. Cette étude montre que la moyenne des durées de bon fonctionnement d'un composant après réparation est de 500 jours.

On admet que la durée de bon fonctionnement X des appareils après réparation, exprimée en jour, est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle.

1. Montrer que le paramètre de cette loi est $\lambda = 0,002$.

2. Calculer la probabilité pour qu'un appareil n'ait pas de défaillance au cours de l'année qui suit la réparation. (On considèrera qu'une année compte 365 jours.)

3. Calculer la probabilité pour qu'un appareil tombe en panne au cours des deux années suivant la réparation.
4. L'entreprise décide de limiter à 6 % des appareils réparés la possibilité de retour sous garantie, Quelle période de garantie doit-elle alors proposer après une réparation ?