

**∞ Brevet de technicien supérieur Métropole ∞
session mai 2012 - Informatique de gestion**

A. P. M. E. P.

Épreuve facultative

Exercice 1

11 points

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante

Partie A

On considère les deux équations différentielles :

$$(E) : y' - 2y = 4x^2 - 4x \quad \text{et} \quad (E_0) : y' - 2y = 0,$$

où y est une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} .

1. Résoudre l'équation différentielle (E_0) .
2. Montrer qu'il existe un réel a tel que la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = ax^2$ est solution de l'équation différentielle (E) .
3. Donner l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) .
4. Déterminer la solution y de l'équation différentielle (E) telle que $y(0) = 1$.

Partie B

Soit la fonction g définie pour tout réel x par : $g(x) = e^{2x} - 2x^2$.

1.
 - a. Donner le développement limité à l'ordre 3 de e^{2x} .
 - b. En déduire que le développement limité à l'ordre 3 de $g(x)$ est :

$$g(x) = 1 + 2x + \frac{4}{3}x^3 + x^3\epsilon(x), \quad \text{avec} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0.$$

2. On note (Γ) la courbe représentative de la fonction g , et (T) sa tangente au point d'abscisse 0.
 - a. Déduire de la question précédente une équation de la tangente (T) .
 - b. Donner les positions relatives de (T) et de la courbe (Γ) au voisinage du point de contact.

Exercice 2

9 points

Dans cet exercice, toutes les probabilités seront arrondies au centième

La durée de vie d'un composant électronique est une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle. Sa durée de vie moyenne (MTBF) est 392 jours.

1. Déterminer la valeur du paramètre λ de cette loi, arrondi à la cinquième décimale.
2. Calculer la probabilité que ce composant tombe en panne au cours de la première année. On considère qu'une année compte 365 jours.
3. Calculer la probabilité que ce composant fonctionne encore au bout de trois ans.

4. Déterminer le plus grand nombre de jours n , tel que la probabilité que ce composant fonctionne encore au bout de ces n jours soit supérieure ou égale à 0,95.
5. Pour améliorer la fiabilité du système, on décide de monter 6 composants analogues en parallèle. On rappelle que, dans ce cas, le montage est en panne lorsque tous les composants le sont. On suppose que les pannes sont indépendantes.
 - a. Calculer la probabilité pour qu'un tel montage ait une panne au cours de la première année.
 - b. Quelle est la probabilité qu'un tel montage fonctionne encore au bout d'un an ?