

Corrigé du BTS – Groupement C2

18 mai 2026

Exercice 1

10 points

Une entreprise produit de l'aluminium selon le procédé Hall-Héroult.

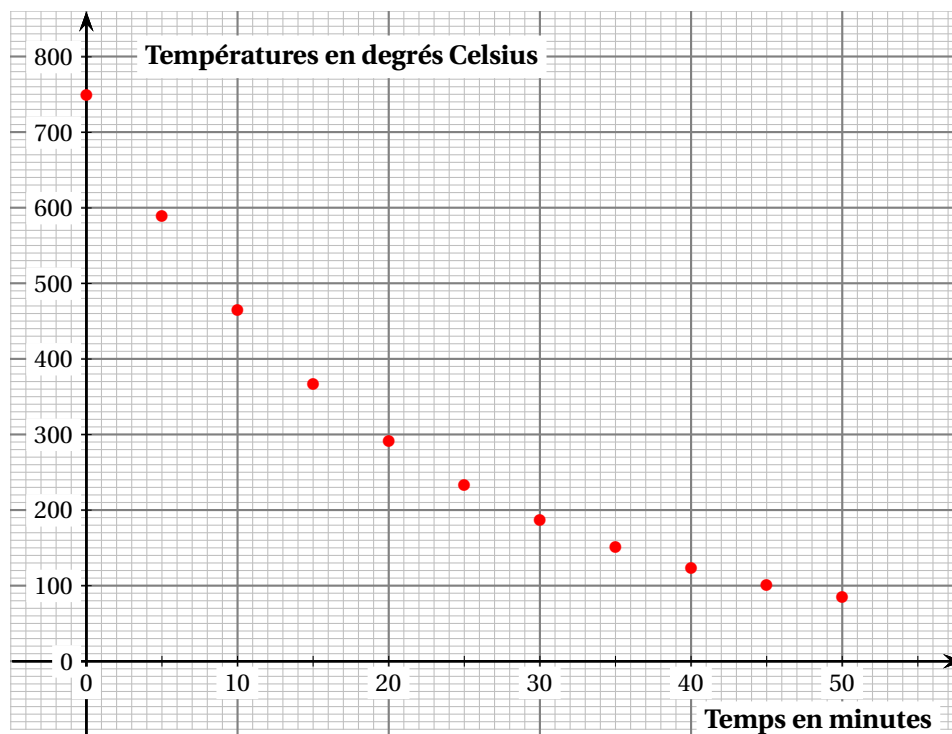
L'aluminium se forme par électrolyse à une température de 960°C . Il est ensuite transféré dans un four d'affinage où il refroidit à 750°C avant d'être coulé dans des moules parallélépipédiques de dimensions $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 100\text{ cm}$ pour fabriquer des lingots d'aluminium.

Les lingots d'aluminium refroidissent alors dans une pièce ventilée à température ambiante de 25°C . Ils peuvent être démoulés quand leur température atteint 250°C .

On s'intéresse à la température, exprimée en degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$), de l'aluminium à l'instant t , exprimé en minute, à partir du moment où l'aluminium est coulé dans les moules.

Partie A

Le graphique ci-dessous représente le nuage de points correspondant aux données de température de l'aluminium exprimées en degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$), relevées à différents instants t exprimés en minutes.



1. On désigne par $T_{\text{obs}}(t)$ la température de l'aluminium relevée à l'instant t .

Les points de ce nuage ne sont pas vraiment alignés donc un ajustement affine de cette série n'est pas approprié.

Pour chaque instant t , on pose $Z(t) = \ln(T_{\text{obs}}(t) - 25)$. On obtient le tableau suivant :

Temps t (min)	0	5	10	15	20	25	30	40	50
Température $T_{\text{obs}}(t)$ (°C)	750	590	465	368	292	233	187	123	85
$Z(t)$	6,59	6,34	6,09	5,84		5,34	5,09	4,58	4,09

2. La valeur manquante de Z correspondant au temps $t = 20$ est :

$$Z(20) = \ln(T_{\text{obs}}(20) - 25) = \ln(292 - 25) = \ln(267) \approx 5,59.$$

3. L'équation de la droite d'ajustement de Z en t , par la méthode des moindres carrés donnée par la calculatrice, avec les coefficients arrondis au millièmes est :

$$Z(t) = -0,050t + 6,588.$$

4. On admet que $Z(t) = -0,05t + 6,59$.

$$Z(t) = -0,05t + 6,59 \iff \ln(T_{\text{obs}}(t) - 25) = -0,05t + 6,59 \iff T_{\text{obs}}(t) - 25 = e^{-0,05t + 6,59}$$

$$\iff T_{\text{obs}}(t) = e^{6,59} \times e^{-0,05t} + 25$$

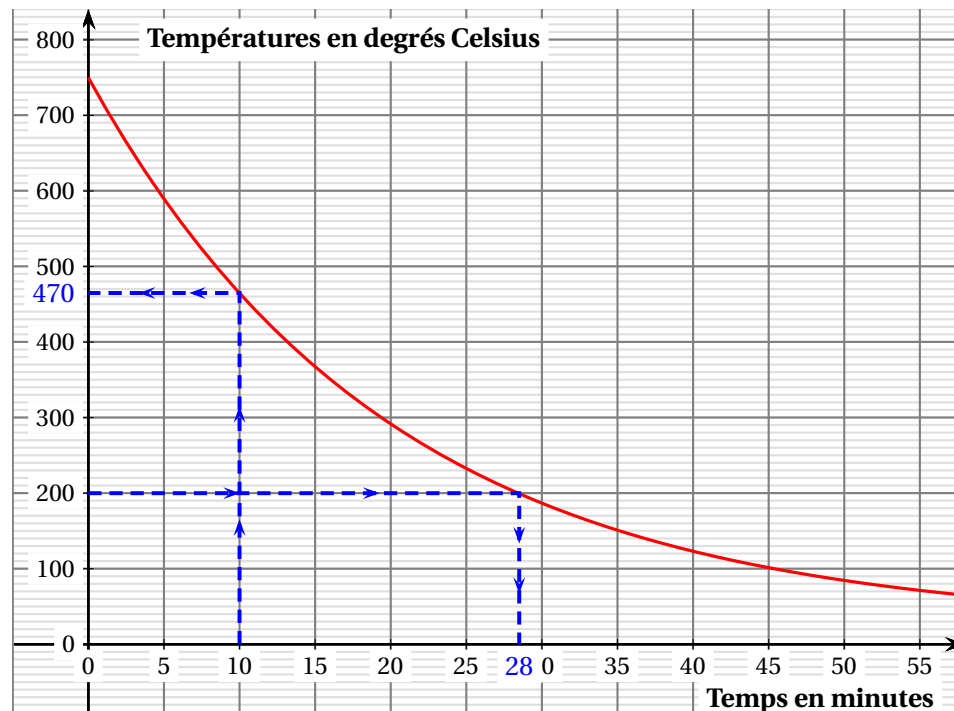
$$e^{6,59} \approx 727,8 \text{ donc } T_{\text{obs}}(t) = 727,8 e^{-0,05t} + 25$$

5. $T_{\text{obs}}(60) = 727,8 e^{-0,05 \times 60} + 25 \approx 61,2$ donc Selon ce modèle la température au bout d'une heure est de 61 °.

Partie B

On admet que pour tout $t \in [0; +\infty[$, $T(t) = 725 e^{-0,05t} + 25$

La courbe représentative de la fonction T , dans un repère orthogonal, est tracée ci-dessous.



1. Avec la précision permise par le graphique :

a. Au bout de 10 minutes, la température de l'aluminium est d'environ 470 °C.

b. La température atteint 200 °C au bout de 28 minutes environ.

2. On sait que $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,05t} = 0$, donc $\lim_{t \rightarrow +\infty} T(t) = 25$.

3. On admet que la fonction T est dérivable sur $[0; +\infty[$.

La dérivée d'une fonction du type e^{kx} est $k e^{kx}$, donc la dérivée de T est

$$T'(t) = -0,05 \times 725 e^{-0,05t} = -36,25 e^{-0,05t}.$$

4. L'exponentielle est toujours positive, donc la fonction T est donc strictement décroissante sur $[0; +\infty[$.

On déduit le tableau des variations de la fonction T .

t	0	$+\infty$
$T'(t)$		-
T	725	0

5. Il y a une certaine logique à ce que la température du lingot d'aluminium, à l'instar d'un plat de lasagnes, diminue continûment après sa sortie du four, jusqu'à atteindre de façon asymptotique la température ambiante.

6. a. Au bout de 15 minutes, la température est $T(15) \approx 367$ °C, il est donc trop tôt pour le démouler.

b. Le lingot peut être démoulé dès que sa température atteint 250 °C. Cette température est atteinte si $725 e^{-0,05t} = 225$, donc si $-0,05t = \ln\left(\frac{225}{725}\right)$, c'est à dire $t \approx 23,4$: c'est au bout de 24 minutes de refroidissement que les lingots peuvent être démoulés.

NB : ces deux résultats sont évidemment confortés par la lecture graphique...

Partie C

On s'intéresse à la température moyenne de l'aluminium durant le refroidissement.

Un logiciel de calcul formel a permis d'obtenir les résultats suivants :

$T(t) := 725 \cdot \exp(-0,05t) + 25$ $\approx T(t) := 725 e^{-0,05t} + 25$
$T(t)$ Intégrale : $14\,500 e^{-\frac{1}{20}t} + 25t$

On admet qu'une primitive de T est donc $F(t) = -14\,500 e^{-0,05t} + 25t$, donc la température moyenne de l'aluminium sur la première heure de refroidissement est $\frac{1}{60}(F(60) - F(0)) \approx 96,3$ °C.

Exercice 2**10 points**

Un sous-traitant automobile fabrique des supports de tableau de bord à partir de lingots d'aluminium. Pour cela, l'aluminium est fondu et moulé sous pression pour prendre la forme d'un tableau de bord.

Partie A

Le sous-traitant automobile utilise deux chaînes de production.

La première chaîne produit 30 % du stock et on sait que, sur cette chaîne, 1,8 % des supports présentent un défaut.

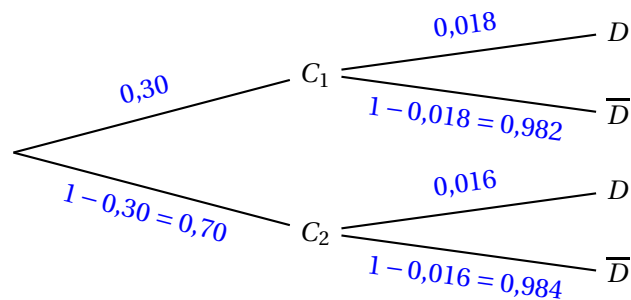
Sur la deuxième chaîne, 1,6 % des supports de tableau de bord présentent un défaut.

On choisit au hasard un support de tableau de bord dans le stock.

On note :

- C_1 l'évènement « le support de tableau de bord provient de la première chaîne » ;
- C_2 l'évènement « le support de tableau de bord provient de la deuxième chaîne » ;
- D l'évènement « le support de tableau de bord présente un défaut ».

1. On complète l'arbre pondéré suivant.



2. La probabilité que le support de tableau de bord choisi provienne de la première chaîne et présente un défaut est, d'après la loi de probabilités conditionnelles :

$$P(C_1 \cap D) = P(C_1) \times P_{C_1}(D) = 0,0054.$$

3. La probabilité que le support de tableau de bord présente un défaut est $P(D)$.

D'après la loi des probabilités totales : $P(D) = P(C_1 \cap D) + P(C_2 \cap D)$, donc

$$P(D) = 0,0054 + 0,7 \times 0,016 = 0,0166$$

4. On choisit au hasard un support de tableau de bord du stock et on constate qu'il présente un défaut.

La probabilité qu'il provienne de la première chaîne de production est : $P_D(C_1)$.

$$\text{Selon la loi de probabilités conditionnelles } P_D(C_1) = \frac{P(D \cap C_1)}{P(D)} = \frac{0,0054}{0,0166},$$

donc la probabilité qu'un tableau de bord défectueux provienne de la chaîne 1 est d'environ 0,325.

Partie B

On admet, dans cette partie, que la probabilité de choisir au hasard dans le stock de l'entreprise un support de tableau de bord défectueux est de 0,0166.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 50 supports de tableau de bord choisis au hasard dans le stock de l'entreprise, associe le nombre de supports de tableau de bord défectueux dans ce prélèvement.

On admet que le stock est suffisamment grand pour assimiler chaque prélèvement à 50 tirages successifs avec remise d'un support de tableau de bord du stock.

On choisit au hasard un prélèvement de 50 supports de tableau de bord.

1. Un tableau de bord pris au hasard est soit conforme, avec une probabilité $p = 0,9834$, soit non conforme, avec une probabilité de $1 - p = 0,0166$. 50 prélèvements pouvant être assimilés à un tirage avec remise sont effectués, donc la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres 50 et 0,9834.

2. La probabilité de n'avoir aucun support de tableau de bord défectueux est égale à

$$P(X = 0) = \binom{50}{0} \times 0,0166^0 \times (1 - 0,0166)^{50-0} = 0,9834^{50} \approx 0,433.$$

3. La probabilité qu'il y ait au moins un support de tableau de bord défectueux dans ce prélèvement est $P(X \geq 1)$. Il s'agit de l'événement contraire du précédent.

Donc la probabilité d'avoir au moins un support défectueux est

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \text{ soit environ } 0,567.$$

Partie C

Ce sous-traitant automobile reçoit de son fournisseur des lingots d'aluminium de forme parallélépipédique de dimensions 10 cm $\times$ 10 cm $\times$ 100 cm.

1. La masse volumique de l'aluminium est 2700 kg/m³.

Le volume d'un lingot est égal 0,1 $\times$ 0,1 $\times$ 1 = 0,01 m³, donc sa masse doit être de 2700 $\times$ 0,01 = 27 kg.

La personne responsable de la qualité veut contrôler si les lingots d'aluminium reçus ont bien une masse de 27 kg. Afin de vérifier la conformité d'une livraison, elle construit un test d'hypothèse unilatéral au seuil d'erreur de 5 %. On désigne par $\bar{M}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 40 lingots d'aluminium prélevés au hasard dans la commande, associe la masse moyenne, en kilogramme, des lingots d'aluminium.

On suppose que le nombre de lingots d'aluminium est suffisamment élevé pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On admet que la variable aléatoire $\bar{M}$ suit une loi normale de moyenne m et d'écart-type $\sigma = 0,2$.

L'hypothèse nulle H_0 est donc « $m = 27$ ». L'hypothèse alternative H_1 est « $m < 27$ ».

2. Le sous-traitant n'est pas lésé si les lingots ont une masse supérieure à 27 kg, d'où le choix d'un test unilatéral.

3. On cherche sous l'hypothèse H_0 , une valeur arrondie au millième du réel h tel que $P(\overline{M} \geq 27 - h) = 0,95$, c'est-à-dire tel que $P(\overline{M} \leq 27 - h) = 1 - 0,95 = 0,05$.

À la calculatrice, le nombre a tel que $P(\overline{M} \leq a) = 0,05$ est environ 26,672.

Donc $27 - h \approx 26,672$ donc $h \approx 0,328$.

4. La règle de décision du test est : le lot de lingots sera accepté si la masse moyenne de l'échantillon est supérieure ou égale à 26,672 kg.

5. On prélève un échantillon de 40 lingots et on obtient une masse moyenne de 26,7 kg.

On peut conclure que la livraison est conforme, puisque la masse moyenne de l'échantillon est supérieure à 26,672 kg.