

œ Brevet de technicien supérieur session 2012 œ
Comptabilité et gestion des organisations
Nouvelle-Calédonie

A. P. M. E. P.

Durée : 2 heures

Exercice 1

10 points

Une entreprise fabrique des conserves alimentaires dont l'étiquette annonce une masse de 250 grammes.

Les masses obtenues pour un échantillon de 500 conserves prises au hasard sont données dans le tableau suivant :

Masse (en g)	[235 ; 240[[240 ; 245[[245 ; 250[[250 ; 255[[255 ; 260[
Nombre de conserves	33	67	217	132	51

Partie A : Probabilités conditionnelles

1.
 - a. À l'aide de la calculatrice, calculer, en utilisant les milieux des classes, la masse moyenne ainsi que l'écart type a des conserves de cet échantillon. On fournira les valeurs arrondies au dixième.
 - b. Calculer le pourcentage des conserves alimentaires ayant une masse comprise entre 240 et 255 grammes.
2. On prélève au hasard une conserve de l'échantillon. On considère les deux évènements suivants :
 A : « la conserve a une masse strictement inférieure à 250 grammes » ;
 B : « la conserve a une masse au moins égale à 240 grammes ».
 - a. Calculer $P(A)$ et $P(B)$.
 - b. Déterminer $P_B(A)$. Arrondir au millième.
 - c. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

Partie B : Loi binomiale

Parmi l'échantillon de 500 conserves, on choisit successivement, au hasard et avec remise, 30 conserves. On note X la variable aléatoire qui à un tel prélèvement associe le nombre de conserves de masse strictement inférieure à 250 grammes.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2.
 - a. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X .
 - b. Interpréter ce résultat par une phrase.
3. Calculer $P(X = 15)$ et $P(X = 20)$ (arrondir au millième).
Interpréter à l'aide d'une phrase.

Partie C : Loi normale

Dans cette partie, on admet que la variable aléatoire Y qui à chaque conserve associe sa masse suit la loi normale de paramètres $m = 249$ et $\sigma = 5$.
On précisera la méthode utilisée (lecture de tables ou utilisation de la calculatrice).

1. Calculer $P(240 < y < 255)$ et comparer avec le résultat obtenu à la question 1 b de la partie A.

2. Déterminer le nombre réel a tel que $P(249 - a \leq Y \leq 249 + a) = 0,97$.
Interpréter à l'aide d'une phrase.

Exercice 2**9 points**

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A : Valeur actuelle et valeur acquise

On place une somme d'argent notée S_0 au taux annuel de 5,5 %, ce placement étant à intérêts composés.

Pour tout entier naturel n , S_n désigne le capital disponible au bout de n années.

- Justifier que la suite (S_n) est géométrique. Préciser la raison de cette suite.
- Exprimer S_n en fonction de S_0 et de n .
- En déduire S_0 en fonction de S_n et de n .

Partie B : Valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes

Un artisan souhaite acheter un nouveau matériel en janvier 2013.

Le fournisseur lui fait une offre d'achat à crédit au taux annuel de 5,5 % qui consiste en le versement de quatre annuités du même montant égal à 3000 € comme l'indique le tableau ci-dessous.

	1 ^{er} versement Décembre 2013	2 ^e versement Décembre 2014	3 ^e versement Décembre 2015	4 ^e versement Décembre 2016
Achat du nouveau matériel livré en janvier 2013	$u_0 = 3000$ €	$u_1 = 3000$	$u_2 = 3000$	$u_3 = 3000$

Le prix comptant que l'artisan pourrait demander au fournisseur du matériel est la somme **des valeurs actuelles au début 2013** des quatre annuités u_0, u_1, u_2 et u_3 .

On notera a_0, a_1, a_2 , et a_3 les valeurs actuelles correspondantes.

- Justifier que $a_0 = \frac{u_0}{1,055}$, $a_1 = \frac{u_0}{1,055^2}$, $a_2 = \frac{u_0}{1,055^3}$ et $a_3 = \frac{u_0}{1,055^4}$.
- En déduire que le prix comptant du matériel facturé à l'artisan est :

$$C = \frac{3000}{1,055^4} + \frac{3000}{1,055^3} + \frac{3000}{1,055^2} + \frac{3000}{1,055}$$

- Justifier que : $C = \frac{3000}{1,055^4} (1 + 1,055 + 1,055^2 + 1,055^3)$.
- On rappelle que pour q différent de 1 et pour tout entier naturel n ,

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

En déduire que $C = 3000 \times \frac{1 - 1,055^{-4}}{0,055}$.

- Donner l'arrondi, au centime d'euro, du prix comptant que l'artisan acceptera de payer pour son nouveau matériel.

Partie C : Étude d'une fonction

On admet que le prix comptant au taux d'actualisation de 5,5 % d'une suite de n annuités constantes égales à 3 000 € est $C = 3000 \times \frac{1 - 1,055^{-n}}{0,055}$.

Dans la partie précédente, on a obtenu ce résultat avec $n = 4$.

On considère la fonction f définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = \frac{3000}{0,055} (1 - 1,055^{-x}).$$

On rappelle que $1,055^{-x} = e^{-x \ln(1,055)}$.

Sa courbe \mathcal{C}_f est donnée en annexe.

1. On envisage soit un paiement comptant soit un paiement à crédit.
Quel est le prix comptant associé à un crédit de deux ans au taux de 5,5 % (annuités constantes égales à 3 000 €) ?
Quelle est l'économie réalisée si on choisit le paiement comptant ?
2. a. Justifier que $f'(x) = \frac{3000}{0,055} \times \ln(1,055) \times 1,055^{-x}$ où f' est la fonction dérivée de f sur $[0; 8]$.
b. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[0; 8]$.
c. Construire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 8]$.
3. Déterminer graphiquement le nombre d'années de versements de crédit correspondant à un prix comptant inférieur à 15 000 €.
Les constructions utiles seront reportées sur l'**annexe à rendre avec la copie**.

**Annexe (à rendre avec la copie)
Exercice 2**

