

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS Nouvelle-Calédonie
(obligatoire) décembre 2019

Exercice 1

4 points

Une Box possède huit diodes électroluminescentes alignées en façade. Chaque diode possède deux états qui traduisent les chiffres binaires : 1 pour une diode allumée et 0 pour une diode éteinte.

L'alignement des huit chiffres binaires reflétant l'état de la Box donne l'écriture binaire d'un nombre N .

Exemple :

Si la Box est éteinte, les huit diodes le sont aussi et le nombre N associé est $0000\ 0000_2$, soit 0_{10} .

Si les huit diodes sont allumées, le nombre N associé est $1111\ 1111_2$, soit 255_{10} .

1.
 - a. Quel est le nombre N exprimé en base 10 correspondant au nombre $0001\ 0101_2$?
 - b. Quel sera le nombre N exprimé en base 2 correspondant au nombre 57_{10} ?
 - c. Montrer qu'il y a 256 valeurs différentes possibles du nombre N .
2. L'affichage des huit diodes, éteintes ou allumées, peut aussi signaler un problème particulier (absence de réseau, saturation, panne, ...). On suppose dans cette question qu'il n'y a que 57 problèmes différents possibles.
 - a. On considère l'ensemble E des nombres entiers entre 1 et 57, c'est-à-dire $E = \{1 ; 2 ; \dots ; 57\}$. et l'ensemble E' des écritures binaires du nombre N :
 $E' = \{0000\ 0000 ; 0000\ 0001 ; \dots ; 1111\ 1111\}$. L'application qui à tout élément de E associe l'écriture binaire dans E' est-elle injective? Surjective? Bijective?
 - b. Pour traduire 57 problèmes différents, combien de diodes auraient été suffisantes?
3. Le fournisseur de la Box envisage de remplacer les diodes par l'affichage de deux symboles correspondant à un code hexadécimal.
 - a. Quelle serait l'écriture du nombre N exprimé en base hexadécimale correspondant au problème (numéroté en base 10) : 43 ?
 - b. Que signifierait dans le contexte de l'exercice l'écriture en base hexadécimale FF du nombre N ?

Exercice 2

8 points

Un site internet permet de partager des commentaires sur des mangas.

Partie A : étude du nombre de commentaires

Au début de l'étude, au mois numéro 0, il y avait 550 commentaires proposés. Les modérateurs constatent que 80 % des commentaires donnent lieu à un autre commentaire que l'on comptabilise le mois suivant. De plus, 240 commentaires sur de nouveaux sujets apparaissent d'un mois à l'autre.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note u_n le nombre de nouveaux commentaires émis au mois numéro n .

1. Justifier que la suite (u_n) est définie par $u_0 = 550$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,8u_n + 240$.
2. Calculer u_1 et u_2 . Interpréter les résultats obtenus dans le contexte de l'exercice.
3. On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1\ 200 - 650 \times (0,8)^n$. Pour quelle valeur de n , $u_n \geq 1\ 000$?
4. Peut-on dépasser 1 200 nouveaux commentaires avec ce modèle? Justifier.

Partie B : archivage des commentaires

Afin de limiter l'espace de stockage nécessaire, un commentaire n'est conservé que s'il répond au moins à l'un des critères suivants :

- le commentaire a eu strictement moins de 100 vues et est daté de strictement moins de 6 mois,
- ou le commentaire a été écrit par un anonyme et a eu 100 vues ou plus,
- ou le commentaire est daté de 6 mois ou plus et a eu 100 vues ou plus,
- ou le commentaire est daté de strictement moins de 6 mois et n'a pas été écrit par un anonyme.

On définit les variables booléennes a , b et c de la façon suivante :

- $a = 1$ si le commentaire a strictement moins de 6 mois; $a = 0$ sinon;
- $b = 1$ si le commentaire comptabilise strictement moins de 100 vues; $b = 0$ sinon;
- $c = 1$ si l'auteur du commentaire est anonyme; $c = 0$ sinon.

On admet qu'une expression booléenne E traduisant qu'un commentaire est conservé est donnée par :

$$E = ab + \overline{b}c + \overline{a}\overline{b} + \overline{a}\overline{c}$$

1. À quel critère correspond l'expression $\overline{b}c$?
2. Déterminer une écriture simplifiée de E sous la forme d'une somme de deux termes. En déduire une interprétation des conditions pour que le commentaire soit conservé.
3. Un commentaire date de 6 mois ou plus et son auteur est anonyme. Est-il toujours conservé?
4. Donner une expression simple de \overline{E} . À quelle condition un commentaire est-il supprimé?

Exercice 3

8 points

Partie A

Une entreprise fabrique 28 produits différents. Elle dispose d'un site internet pour les présenter au grand public. On suppose que les 28 produits sont référencés par un nombre entier compris entre 0 et 27. Sur la page d'accueil de son site, l'entreprise souhaiterait mettre en avant chaque jour un produit différent, sans l'afficher nécessairement dans l'ordre de référencement, mais en étant certaine que tous les produits soient affichés un jour ou l'autre.

1.
 - a. Décomposer 28 en produit de facteurs premiers.
 - b. Calculer le PGCD de 12 et 28.
 - c. Les nombres 15 et 28 sont-ils premiers entre eux?

L'entreprise choisit de commencer par présenter le produit référencé numéro 0.

À partir du deuxième jour, pour obtenir le numéro du produit mis en avant, on ajoute un nombre entier positif a au numéro précédent et on calcule le reste de cette somme dans la division par 28. Le nombre obtenu est le numéro du produit mis en avant.

Par exemple, en choisissant $a = 12$, la liste des numéros des produits mis en avant sur le site dans l'ordre est : 0 – 12 – 24 – 8 – 20.

2. Compléter la liste des numéros des 11 premiers produits mis en avant pour $a = 12$.
3. Ce choix du nombre a permet-il de présenter tous les produits?
4. Parmi les valeurs suivantes de a : 1 ; 2 ; 17 ; 24 ; 25, dire lesquelles permettent de mettre en avant tous les produits? On ne demande pas de justification.

Partie B

Le site internet de cette entreprise est composé de 4 pages WEB : une page d'accueil A, une page de présentation des produits B, une page de commande C et une page de facturation D.

- La page A permet d'aller sur les pages B et C.
- La page B permet d'aller sur la page C.
- Seule la page C permet d'aller sur la page D.
- Les pages B et D permettent d'aller sur la page A.

1. Représenter l'ensemble de ces liens par un graphe orienté de sommets A, B, C, D.
2. Donner la matrice M d'adjacence de ce graphe.

3. Vérifier que $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Combien existe-t-il de circuits de longueur 2? Les citer.

4. Existe-t-il un ou des chemin(s) de longueur 2 allant de la page A vers la page D? Si oui, le(s) citer.
5. Calculer M^3 . Existe-t-il au moins un chemin de longueur 3 allant de B vers A? Si oui, en citer au moins un.
6. Déterminer la matrice \widehat{M} de fermeture transitive du graphe. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.