∽ Brevet de technicien supérieur Métropole ∾
15 mai 2023 - Comptabilité et gestion [1]

Exercice 1 **10 points**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

On s'intéresse à deux aspects des services de communication mobiles en France.

Partie A : Données consommées sur les réseaux mobiles en France

Le tableau ci-dessous donne le volume total en exaoctets, noté Eo (1 exaoctet = 10^{18} octets), des données consommées sur les réseaux mobiles pour la période 2017–2021.

Année	2017	2018	2019	2020	2021
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Volume de données y_i (en Eo)	2,20	3,64	5,24	7,13	8,66

(*source : ARCEP* 2022)

La calculatrice est nécessaire pour la plupart des calculs demandés.

1. Déterminer un ajustement affine de y en fonction de x selon la méthode des moindres carrés. Les coefficients de l'équation de la droite seront arrondis à 0,001 près.
2. On décide d'ajuster le nuage de points de cette série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ par la droite d'équation : $y = 1{,}6x + 2{,}1$.
   Utiliser ce modèle pour répondre aux questions suivantes :
   a. Estimer le volume total des données consommées en 2022.
   b. Estimer à partir de quelle année le volume total des données dépassera 15 Eo.

Partie B : Nombre de SMS émis en France

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul d'un tableur, donne le nombre de milliards de SMS émis chaque année en France pour la période 2017-2021.
Les cellules de la ligne 3 sont au format pourcentage à deux décimales.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2017	2018	2019	2020	2021
2	Nombre de SMS émis (en milliards)	184,5	171,3	159,9	136,5	119,6
3	Taux d'évolution par rapport à l'année 2017 (en %)					

(*source : ARCEP* 2022)

1. Candidats libres ou établissement privé hors contrat

1. Écrire une formule à saisir en C3 qui permet, par recopie vers la droite, de calculer les taux d'évolution du nombre de SMS émis chaque année par rapport à l'année 2017.
2. Justifier que, sur la période 2017 à 2021, le nombre de SMS émis a diminué d'environ 35,2 %.
3. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre de SMS émis entre 2017 et 2021. Arrondir à 0,01 % près.
4. La suite (u_n) modélise le nombre de milliards de SMS émis pour l'année $(2021+n)$. On a ainsi : $u_0 = 119{,}6$.

   On suppose qu'à partir de l'année 2021, le nombre u_n de SMS émis diminue chaque année de 10,3 %.

   a. Calculer u_1 puis u_2. Arrondir à 0,1 milliard près.
   Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

   b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison. Justifier.

   c. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

   d. D'après ce modèle, quel serait le nombre de SMS émis en 2027 ? Arrondir à 0,1 milliard près.

   e. D'après ce modèle, en quelle année le nombre de SMS émis passera-t-il pour la première fois sous les 50 milliards ?

Exercice 2 — 10 points

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

On s'intéresse à la production d'un producteur de noix (nuciculteur) du Périgord.

Partie A : Probabilités conditionnelles

Pour ce nuciculteur, 62 % des noix récoltées sont de la variété « Franquette », 27 % des noix récoltées sont de la variété « Corne » et le reste sont des noix de la variété « Marbot »,
Une étude statistique a montré que 3 % des noix de la variété « Franquette », 4 % des noix de la variété « Corne »et 2 % des noix de la variété « Marbot « sont vides quand elles sont récoltées.
On choisit une noix au hasard dans la récolte de ce nuciculteur. Toutes les noix ont la même probabilité d'être choisies.
On s'intéresse alors aux évènements suivants :

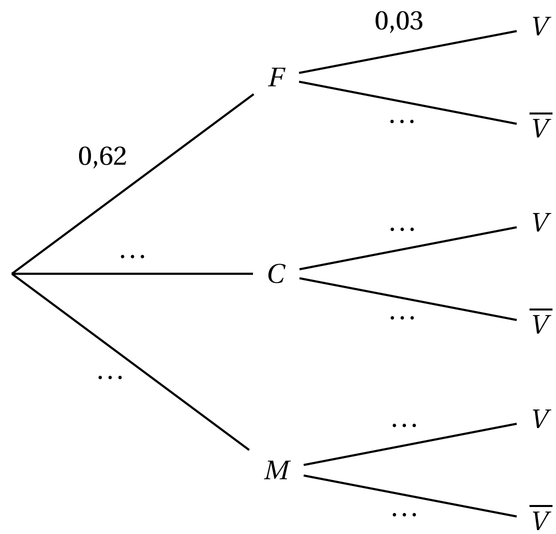
— F : la noix est de la variété « Franquette »

— C : la noix est de la variété « Corne »

— M : la noix est de la variété « Marbot »

— V : la noix est vide ; $\overline{V}$ est l'évènement contraire de V.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. **a.** Calculer la probabilité que la noix soit de la variété « Franquette » et qu'elle soit vide.
   b. Calculer la probabilité $P\left(F \cap \overline{V}\right)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.
3. Démontrer que $P(V) = 0{,}031\,6$.
4. On suppose que la noix choisie n'est pas vide.
   Quelle est la probabilité qu'elle soit de la variété « Corne » ? Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie B : Loi binomiale

On prélève au hasard 100 noix dans la récolte de ce nuciculteur.
La quantité de noix est assez grande pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 noix dans la récolte de ce nuciculteur, associe le nombre de noix vides.
On admet que la probabilité pour qu'une noix soit vide est égale à 0,03.

1. Justifier que la variable X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Calculer $P(X = 0)$, arrondi à 0,001 près et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Calculer $P(X \leqslant 3)$. Arrondir à 0,001 près.
5. Calculer la probabilité pour que, dans un tel prélèvement, au moins quatre noix soient vides. Arrondir à 0,001 près.

Partie C : Loi normale

On note Y la variable aléatoire qui, à chaque noix récoltée par ce nuciculteur, associe sa masse en grammes.
On admet que Y suit la loi normale d'espérance 28 et d'écart-type 4.

1. Le nuciculteur vend une partie de sa récolte sous la forme de filets contenant 100 noix chacun. Quelle est la masse moyenne d'un tel filet ?
2. Déterminer $P(20 \leqslant Y \leqslant 36)$. Arrondir à 0,01 près.
3. Le nuciculteur décide de ne pas utiliser les noix dont la masse est inférieure à 18 grammes.

   Déterminer la probabilité pour qu'une noix prise au hasard dans la production soit ainsi rejetée. Arrondir à 0,001 près.