Brevet de technicien supérieur session 10 mai 2021
Étude et réalisation d'agencement

Exercice 1 **12 points**

Une piscine municipale doit subir une réhabilitation. Le conseil municipal a donc décidé d'installer un faux-plafond acoustique et a choisi pour cela un modèle de « panneaux courbes » reproduisant une vague.

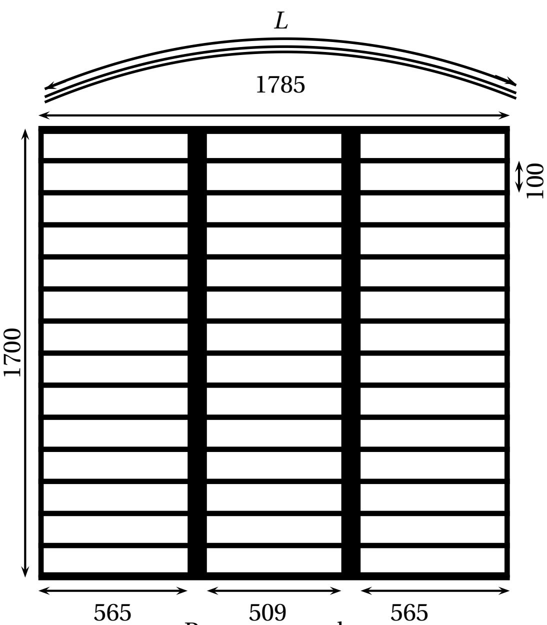
Document 1 : Informations sur la salle

Le bassin de 25 m et sa pataugeoire sont situés dans une salle parallépipèdique de 35 m de largeur, 40 m de longueur et 20 m de hauteur.

Document 2 : Plan des « panneaux courbes » choisis

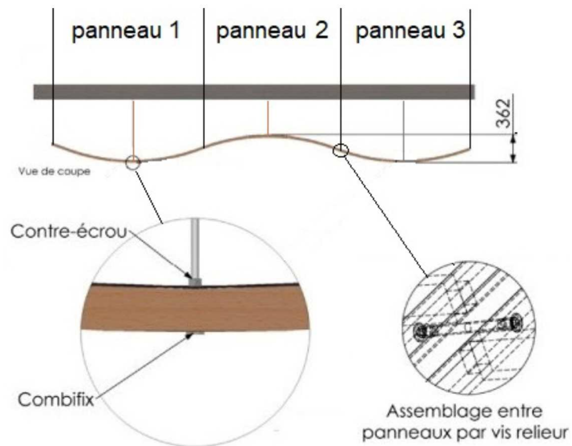
Vue du plafond en perspective

Profil d'un « panneau courbe » de longueur curviligne L



« Panneau courbe »
L'unité est le millimètre

Document 3 : Assemblage de 3 « panneaux courbes »



Document 4 : Document technique

Grill technique
acoustique
courbe SLOOP

Dimensions : 1700 x 1785 mm
Epaisseur : 34 mm
Pourcentage moyen de vide : 80 % permettant une excellente circulation de l'air pour des conditions d'aération et d'hygiène accrues.
Poids/m^2 : 19 kg.
Procédé industriel de fabrication :
Entaillage. Technologie d'assemblage tenons-mortaises garantissant une tenue parfaite des grills techniques courbes.

Les exercices 1 et 2 ci-après sont indépendants

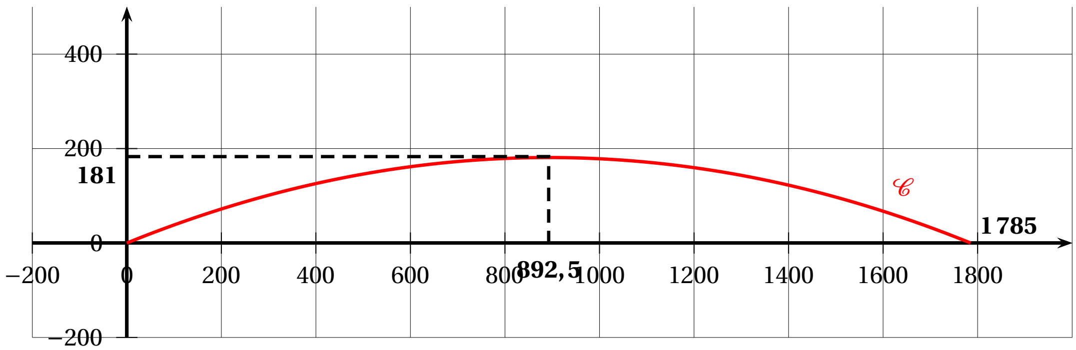
Exercice 1 Étude des « panneaux courbes » **10 points**

Partie A : Détermination du nombre de panneaux nécessaires

En disposant la partie linéaire des « panneaux courbes » dans le sens de la largeur, un nombre entier de ces panneaux suffit afin d'équiper le plafond, laissant ainsi un espace le long des murs. Justifier que cette installation nécessite 440 « panneaux courbes ».

Partie B : Étude analytique de la courbe

On modélise le profil d'un « panneau courbe » à l'aide d'une fonction f définie sur l'intervalle $I = [0\ ;\ 1785]$ et dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ dans un repère orthonormé est donnée ci- dessous :



1. On admet :
   - que la courbe $\mathscr{C}$ correspond à une portion de parabole de sommet B(892,5 ; 181) ;
   - les résultats suivants : $f(0) = 0$; $f(892,5) = 181$; $f(1\,785) = 0$.

   a. Donner une interprétation graphique de chacune de ces égalités.

   b. Indiquer le numéro du document qui permet de connaître la valeur 181 présente dans la deuxième égalité de la question précédente.

   c. Déterminer les valeurs des réels a, b et c tels que pour tout $x \in I$, $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   On pourra donner la valeur arrondie du réel a à 10^{-5} et celle du réel b à 10^{-2}.

2. Dans la suite, on décide de considérer que la fonction f s'exprime désormais pour tout $x \in I$, par $f(x) = -0{,}000\,227\,2\left(x^2 - 1\,785x\right)$.

   a. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in I$.

   b. Comparer $f'(0)$ et $f'(1\,785)$.
   Grâce à quel aspect technique ce résultat était-il prévisible? (on indiquera le numéro du document utilisé)

Partie C : Détermination de la surface et de la masse totale

Une fois les « panneaux courbes » assemblés, un tissu acoustique en fil de verre est tendu et collé à chaud sur les panneaux. On souhaite connaître la surface totale de tissu nécessaire. Pour cela, il faut calculer la longueur curviligne L de l'arc de chaque panneau.
On admet que

$$L = \int_0^{1\,785} \sqrt{1 + (f'(t))^2}\,\mathrm{d}t$$

Un logiciel de calcul formel nous donne les résultats suivants :

1	$f(x) := 0{,}000\,23 * (x^2 - 1\,785 * x)$
•	$\to f(x) := \dfrac{23}{100\,000}\left(x^2 - 1\,785x\right)$
2	Dérivée($f(x)$)
○	$\to \dfrac{23}{100\,000}(2x - 1\,785)$
3	$g(x) :=$ sqrt$(1 + (f'(x)^2))$
•	$\to g(x) := \dfrac{1}{100\,000}\sqrt{2\,116x^2 - 3\,777\,060x + 11\,685\,513\,025}$
4	Intégrale($g(x), 0, 1\,785$)
○	1 833,95

Donner la valeur arrondie de L à 10^{-2}
Calculer la surface totale de tissu nécessaire, en m^2, au m^2 près.
En déduire la masse totale des 440 « panneaux courbes ». (on précisera le numéro du document utilisé)

Exercice 2 Étude statistique des suspentes **10 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées séparément

Dans ce qui suit, les résultats seront arrondis à 10^{-2}.
Le système de suspente de chaque panneau est composé de deux tiges filetées, l'une de longueur 500 mm, l'autre de longueur 862 mm et de deux écrous combifix.
La ville possède un stock important de chacun de ces éléments dans lequel vont être prélevées les quantités nécessaires.

Partie A : Loi normale

Une tige filetée dite « de 500 mm » est considérée comme conforme lorsque sa longueur appartient à l'intervalle $[499,45\ ;\ 500,55]$.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque tige de ce type prélevée au hasard dans le stock, associe sa longueur en mm.
On admet que X suit une loi normale de moyenne 500 et d'écart-type $0,25$.

1. Calculer la probabilité qu'une tige prélevée au hasard dans le stock soit conforme pour la longueur.
2. Déterminer un nombre réel h positif tel que $P(500 - h \leqslant X \leqslant 500 + h) \approx 0,95$.
   Interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.

Partie B : Loi binomiale

Dans le stock, 1 % des tiges filetées dites « de 862 mm » sont non conformes. Pour mettre en œuvre le plafond suspendu choisi, on prélève 440 tiges.
Le stock est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 440 tiges.
On considère la variable aléatoire Y qui, à tout prélèvement de 440 tiges, associe le nombre de tiges non conformes pour la longueur.

1. Justifier que la variable aléatoire Y suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux tiges ne soient pas conformes pour la longueur.
3. Calculer $P(Y = 0)$.
   Interpréter ce résultat dans le contexte.

Partie C : Intervalle de confiance

Dans cette question, on s'intéresse au diamètre des écrous, exprimé en millimètres. Un écrou est jugé conforme si son diamètre appartient à l'intervalle $[5{,}98\,;\ 6{,}01]$.
On souhaite estimer la proportion inconnue notée p d'écrous non conformes dans le stock.
Pour la déterminer, on prélève au hasard et avec remise un échantillon de 50 écrous dans le stock et on mesure leur diamètre. Les résultats sont donnés ci-dessous :

Diamètre en mm	5,97	5,98	5,997	6,00	6,01	6,02	6,03
Effectif	1	3	9	22	13	1	1

1. À partir des informations portant sur cet échantillon, donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p d'écrous non conformes.
2. En déduire un intervalle de confiance de la proportion p au risque de 5 %.
   On rappelle que l'intervalle de confiance d'une proportion p avec 95 % de confiance est :
   $$I = \left[f - 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\ ;\ f + 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\right]$$
3. On considère l'affirmation suivante : « la proportion p est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenu à la question C. 2 ». Est-elle vraie ?