

œ Brevet de technicien supérieur Polynésie œ
session mai 2012 - Informatique de gestion

A. P. M. E. P.

Épreuve facultative

Exercice 1

11 points

On considère l'équation différentielle

$$(E): x^2 y' - (x+1)y = x^3 - x^2 + 1$$

où y désigne une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

1. Montrer que la fonction H définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$H(x) = \ln x - \frac{1}{x}$$

est une primitive de la fonction h définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $h(x) = \frac{x+1}{x}$.

2. Résoudre, sur l'intervalle $]0; +\infty[$, l'équation différentielle

$$(E_0): x^2 y' - (x+1)y = 0.$$

3. Vérifier que la fonction u définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $u(x) = x^2 + x - 1$ est une solution particulière de l'équation différentielle (E) .
4. Donner la solution générale de l'équation différentielle (E) .
5. Montrer que la fonction g définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = xe^x + x^2 + x - 1$ est l'unique solution de l'équation différentielle (E) telle que : $g(1) = 2$.

Exercice 2

9 points

Tous les résultats de cet exercice seront arrondis au dixième

Une agence de voyage propose des séjours à Londres pour la période des Jeux Olympiques 2012.

Avant de fixer les conditions tarifaires, la société effectue un sondage auprès de sa clientèle. Ainsi, 257 personnes sont interrogées sur le montant de la dépense qu'elles envisagent de consacrer à un tel séjour. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Montant en euros	[500; 1 000[[1 000; 1 500[[1 500; 2 000[[2 000; 2 500[[2 500; 3 000]
Nombre de personnes	60	81	57	35	24

1. En assimilant chaque classe à son centre, quelle valeur obtient-on pour la moyenne \bar{x} et pour l'écart-type σ_1 de cette série statistique ?
2. La variable aléatoire X , qui à toute personne choisie au hasard dans le fichier de la clientèle, associe le montant de la dépense envisagée, exprimé en euros, suit une loi normale de moyenne m et d'écart-type σ .

Déterminer une estimation ponctuelle de la moyenne m et expliquer pourquoi on peut prendre 623,3 comme estimation ponctuelle de l'écart-type σ .

3. On admet que la variable aléatoire X , qui à tout échantillon de n personnes prélevées au hasard et avec remise dans le fichier de la clientèle, associe le montant moyen des dépenses envisagées, exprimé en euros, suit la loi normale $\mathcal{N}\left(m; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Dans cette question, on prendra $n = 257$.

Déterminer un intervalle de confiance, avec le risque de 5 %, de la moyenne m des montants envisagés par l'ensemble des personnes du fichier (on prendra comme valeur de σ l'estimation ponctuelle fournie par l'échantillon).