

♪ Brevet de technicien supérieur ♪
 session 2001 - Nouvelle-Calédonie
 Informatique de gestion

ÉPREUVE FACULTATIVE

Exercice 1

10 points

On se propose de résoudre sur $[0; +\infty[$ l'équation différentielle

$$(E): (2x+1)y' - 2y = \frac{(2x+1)^2}{x+1}.$$

1. Donner toutes les solutions de l'équation homogène associée à (E) : $(2x+1)y' - 2y = 0$.
2. Montrer que la fonction f , définie par $f(x) = (2x+1)\ln(x+1)$ est une solution particulière de (E).
3. Dédurre des questions précédentes toutes les solutions de (E).
4. a. Effectuer un développement limité d'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction f . On l'écrira sous la forme $f(x) = p(x) + x^3\epsilon(x)$, avec $\lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0$.
- b. On admet que $K = \int_0^{0,3} p(x) dx$ est une bonne valeur approchée de l'intégrale $\int_0^{0,3} f(x) dx$.
Calculer la valeur exacte de K .

Exercice 2

10 points

Une entreprise de chemins de fer a demandé à 100 de ses clients, pris au hasard, le prix du billet en leur possession, afin d'évaluer le prix moyen m du billet pour l'ensemble de tous ses clients (on suppose qu'ils sont assez nombreux pour qu'on puisse assimiler l'interrogation de chaque client à un tirage avec remise).

On a regroupé les résultats, par classes, dans le tableau suivant :

Prix (en F)	[0 ; 200[[200 ; 400[[400 ; 600[[600 ; 800[[800 ; 1000[[1000 ; 1200[
Nb. de clients	7	22	35	20	12	4

Pour les calculs d'écart type demandés aux questions 1. et 2., on donnera les valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

1. a. Calculer la moyenne m_e et l'écart type σ_e de cet échantillon (on suppose que, pour chaque classe, tous les prix sont situés au centre de cette classe).
- b. Donner une estimation ponctuelle du prix moyen m du billet et de son écart type σ .
2. a. En utilisant les estimations ponctuelles précédentes, donner un intervalle de confiance de m au seuil de confiance de 95 %.
On donnera, pour les bornes de cet intervalle, les valeurs décimales arrondies à 10^{-1} près.
- b. m est-il forcément dans l'intervalle précédent ?