

**~ BTS Informatique de gestion Métropole ~**  
**Épreuve facultative novembre 2000**

A. P. M. E. P.

**Exercice 1**

**10 points**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = (-x + 3)e^{-x}.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal et on note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$ .

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale  $\int_0^2 (-x + 3)e^{-x} dx$ .
2. **a.** Écrire les développements limités d'ordre 2 au voisinage de zéro de la fonction  $x \mapsto e^{-x}$  et de la fonction  $f$ .  
**b.** On admet qu'une équation de la tangente (T) à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0 est  $y = -4x + 3$ .  
Déduire de la question précédente la position relative de la tangente (T) et de la courbe  $\mathcal{C}$  au voisinage du point d'abscisse 0.

**Exercice 2**

**10 points**

Un technicien en maintenance a étudié le temps de bon fonctionnement de machines d'un type donné. La moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF) est de 1 000 heures.

On admet que la variable aléatoire  $X$ , qui, à toute machine de ce type, prise au hasard, associe sa durée de vie  $t$  exprimée en heures, suit une loi exponentielle.

On désigne par  $R$  la fonction de fiabilité correspondante.

*Les résultats demandés seront donnés sous forme de valeurs décimales arrondies à  $10^{-3}$ .*

1. Déterminer l'écart type  $\sigma$  de  $X$ .  
En déduire l'expression de  $R(t)$  en fonction de  $t$ .
2. On choisit au hasard une machine du type considéré.
  - a.** Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :  
« la machine n'a pas eu de défaillance au cours des 800 premières heures d'utilisation » ;  
« la machine a eu une défaillance au cours des 900 premières heures d'utilisation ».
  - b.** Soit  $A$  l'évènement : « la machine n'a pas eu de défaillance au cours des 800 premières heures d'utilisation ».  
Soit  $B$  l'évènement : « la machine n'a pas eu de défaillance au cours des 1 100 premières heures d'utilisation ».
    - Déterminer l'évènement  $A \cap B$ .
    - Montrer que la probabilité pour que la machine n'ait pas eu de défaillance pendant les 1 100 premières heures d'utilisation, sachant qu'elle n'en a pas eu au cours des 800 premières est approximativement 0,741.