

∞ BTS Métropole 16 mai 2024 ∞
Services informatiques aux organisations

Épreuve obligatoire

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé
 L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé

Exercice 1

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, une seule affirmation est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à l'affirmation exacte.

Une réponse exacte vaut 1 point. Une réponse fausse ou une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Question 1. On pose $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ où a désigne un réel quelconque. Alors :

A : $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a^2 \end{pmatrix}$	B : $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & a+1 & a^2 \end{pmatrix}$	C : $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 1 & a \end{pmatrix}$
--	--	--

Question 2. Le nombre 323 :

A : est premier avec 420	B : est un nombre premier 1	C : est divisible par 9
---------------------------------	------------------------------------	--------------------------------

Les questions 3, 4, et 5. portent sur le graphe orienté de sommets x, y, z et t , pris dans cet

ordre, de matrice d'adjacence $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 5 & 4 \\ 2 & 6 & 3 & 4 \\ 3 & 8 & 5 & 5 \end{pmatrix}$

Question 3. Le sommet y a :

A : 2 prédécesseurs	B : 3 prédécesseurs	C : 4 prédécesseurs
----------------------------	----------------------------	----------------------------

Question 4. Le chemin suivant de longueur 4 est possible :

A : $z - y - t - x - y$	B : $z - t - t - y - x$	C : $x - y - z - t - x$
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

Question 5. Le nombre de chemins de longueur 3 d'origine t et d'extrémité y est égal à :

A : 6	B : 7	C : 8
--------------	--------------	--------------

Exercice 2**5 points**

La norme de codage ASCII (American Standard Code for Information Interchange), défini aux États-Unis en 1963, associe aux caractères les plus utilisés dans les documents en langue anglaise un entier représentable en binaire sur 7 bits.

1. Combien de caractères peut-on ainsi encoder?
2. Aux lettres majuscules A, B, ..., Z sont associés les nombres de 65 à 90, et aux lettres minuscules a, b, ..., z, ceux de 97 à 122.
 - a. Donner l'écriture binaire associée à la lettre "d",
 - b. Quel caractère correspond à l'écriture binaire 1101101?
3. Lors de la transmission des données, pour éviter les erreurs, une méthode consiste à ajouter pour chaque caractère, un bit de parité à la fin du codage en binaire. Pour cela, on compte le nombre de 1 apparaissant dans le codage sur 7 bits d'un caractère :
 - si le nombre obtenu est pair, on rajoute 0 à la fin du codage ;
 - sinon on rajoute 1.

Chaque caractère est alors codé par un groupe de 8 bits appelé octet.

Par exemple :

- la lettre "A" est codée par 1000001 en binaire. Ce codage contient un nombre pair de 1, donc on ajoute 0 à la fin, et la lettre "A" sera codée sur 8 bits par 10000010 ;
- la lettre "C" est codée par 1000011 en binaire. Ce codage contient un nombre impair de 1, donc on ajoute 1 à la fin, et la lettre "C" sera codée sur 8 bits par 10000111.

On considère l'algorithme ci-dessous écrit en langage naturel où `ajoute_bit_parite` est la fonction prenant en paramètre une chaîne de caractères code de longueur 7 représentant un codage binaire et qui renvoie le codage obtenu en lui ajoutant le bit de parité à la fin.

Ainsi `ajoute_bit_parite("1101100")` renvoie "11011000" et `ajoute_bit_parite("1100001")` renvoie "11000011".

```
Fonction ajoute_bit_parite(code)
  compt ← 0
  Pour i allant de 0 à 6 Faire
    Si code[i] est égal à "1"
      Alors
        compt ← compt + 1
    Fin de Si
  Fin de Pour
  Si le reste de la division de compt par 2 est 0
    Alors
      code ← code + "0"
    Sinon
      code ← code + "1"
  Fin de Si
  Renvoyer code
```

Recopier et compléter cet algorithme pour qu'il renvoie le code binaire sous forme de chaîne de caractères, complété par le bit de parité.

Exercice 3**10 points****Partie A**

La directrice d'une entreprise doit recruter une personne pour son équipe. Ce poste requiert des compétences professionnelles et humaines.

L'évaluation du candidat attribue une note sur 10 points à ses compétences professionnelles et une note sur 10 points à ses compétences humaines. Le total des points du candidat forme ainsi une note sur 20 appelée note finale.

Pour qu'un candidat soit sélectionné, il faut qu'au moins un des critères suivants soit respecté.

- le candidat a obtenu une note finale supérieure ou égale à 12 et il a eu au moins 5 points aux compétences humaines;
- le candidat a obtenu une note finale inférieure strictement à 12 et il a obtenu 10 points aux compétences professionnelles;
- le candidat n'a pas obtenu au moins 5 points aux compétences humaines et il a obtenu 10 points aux compétences professionnelles.

On définit les trois variables booléennes a, b, c de la façon suivante :

- a lorsque le candidat a obtenu une note finale supérieure ou égale à 12 \bar{a} sinon;
- b lorsque le candidat a obtenu au moins 5 points aux compétences humaines, \bar{b} sinon ;
- c lorsque le candidat a obtenu 10 points aux compétences professionnelles, \bar{c} sinon.

1. On considère la proposition « Tous les candidats ont obtenu une note finale supérieure ou égale à 12 ».

Donner la négation de cette proposition.

2. On note E l'expression booléenne correspondant aux critères de sélection d'un candidat

- a. Exprimer E en fonction des variables booléennes a, b, c .
- b. Représenter l'expression E dans un tableau de Karnaugh.
En déduire une expression simplifiée de E sous la forme d'une somme de deux termes
- c. Traduire la forme simplifiée de E à l'aide d'une phrase.
- d. Un candidat a obtenu au moins 5 points aux compétences humaines, et il n'a pas obtenu 10 points aux compétences professionnelles.
Sa candidature peut-elle être retenue? Justifier.

Partie B

Pour équiper ses bureaux, l'entreprise a besoin de tables, d'armoires et de chaises.

Ayant demandé un devis à trois fournisseurs notés A, B, C, l'entreprise a obtenu les renseignements suivants, où les prix sont en euros :

Fournisseur	Prix d'une armoire	Prix d'une table	Prix d'une chaise
A	240	120	80
B	220	140	60
C	260	160	40

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 240 & 120 & 80 \\ 220 & 140 & 60 \\ 260 & 160 & 40 \end{pmatrix}$.

1. L'entreprise envisage de commander 8 armoires, 6 tables et 8 chaises. Cependant, elle se fixe un budget maximum de 3 100 €.

On considère la matrice colonne : $N = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$.

- Calculer le produit $M \times N$.
 - Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.
 - Chez quel fournisseur l'entreprise peut-elle passer commande?
2. Finalement, l'entreprise envisage une commande de 2 960 euros avec le fournisseur A, de 2 820 euros avec le fournisseur B et de 2 980 euros avec le fournisseur C.

On note x le nombre d'armoires, y le nombre de tables et z le nombre de chaises correspondant à cette commande.

On note X la matrice $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et Y la matrice $\begin{pmatrix} 2960 \\ 2820 \\ 2980 \end{pmatrix}$.

- a. Déterminer une relation entre M , X et Y .

b. Soit la matrice $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{60} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{60} \\ -\frac{17}{600} & \frac{7}{150} & -\frac{1}{75} \\ \frac{1}{200} & \frac{3}{100} & -\frac{3}{100} \end{pmatrix}$ et la matrice identité $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

On admet que $P \times M = I$. Que peut-on en déduire?

- Montrer que $X = PY$.
- En déduire le nombre de tables correspondant à cette commande?