

Brevet de technicien supérieur Assistant en création industrielle - session 2001

A. P. M. E. P.

Exercice 1

12 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [1; 8]$ par

$$f(x) = \frac{-1}{4}x^3 + 3x^2 - 9x + 10.$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (unité : 1 cm).

1.
 - a. Déterminer la dérivée f' de la fonction f .
 - b. En déduire le signe de f' et le tableau de variations de f sur I .
2. Construire \mathcal{C}_f avec précision
3. Sur le graphique de la question 2, colorier le domaine \mathcal{D} limité par la courbe \mathcal{C}_f l'axe (Ox) et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 8$. Montrer que son aire est égale à $\frac{665}{16}$ cm².
4.
 - a. Sur le graphique de la question 2, placer les points $M(8; 0)$, $M'(10; 2)$, $P(8; 2)$ et $P'(10; 4)$, puis tracer les segments $[MM']$ et $[PP']$.
 - b. Tracer en pointillé la transformée \mathcal{D}' de \mathcal{D} par la translation de vecteur $\overrightarrow{MM'}$.
 - c. Le domaine décrit dans la question 3 constitue en fait la face avant d'une pièce de bois usinée, et les segments $[MM']$ et $[PP']$ deux de ses arêtes latérales orthogonales au plan contenant la face \mathcal{D} , vues en perspective cavalière.
Achever le dessin de cette pièce en perspective cavalière, en traçant en pointillé les arêtes cachées et en trait plein celles qui sont visibles, sachant que les arêtes latérales sont parallèles et de même longueur et que \mathcal{D}' est la face arrière de cette pièce.
5. L'arête $[MM']$ mesure 8 cm en réalité. Calculer, en cm³, le volume exact de la pièce de bois.

Exercice 2

8 points

Une machine fabrique des tiges. On mesure la longueur de 100 tiges et on obtient les résultats suivants :

Intervalles (en mm)	[16; 17[[17; 18[[18; 19[[19; 20[[20; 21[[21; 22[[22; 23[
Effectifs	1	5	11	56	13	11	3

1. Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de la moyenne m et de l'écart type σ de cette série statistique.
2. On admet pour la suite que la taille T des tiges produites par la machine suit une loi normale de paramètres $(19,7; 1)$.
Calculer $p(T \geq 20,5)$.
3. Une tige est défectueuse lorsque sa taille n'est pas dans l'intervalle $[17; 22]$.
 - a. Calculer la probabilité qu'une tige soit défectueuse.
 - b. On appelle X la variable aléatoire représentant le nombre de pièces défectueuses sur un lot de 100 tiges produites. Quelle est la loi de X ?
 - c. On admettra que l'on peut approcher la loi de X par la loi de Poisson de paramètre 2,5.
Calculer $p(X \leq 2)$.