

Corrigé du brevet de technicien supérieur
Groupement E session 2007

Exercice 1

7 points

1. a. On a $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \times CB \times CA \times \cos \hat{C}$ soit :

$$3600 = 900 + \frac{8100}{4} - 2 \times 30 \times 45 \times \cos \hat{C} \iff 2700 \cos \hat{C} = 2925 - 3600 \iff$$

$$\cos \hat{C} = -\frac{675}{2700}.$$
 La calculatrice donne $\hat{C} \approx 104^\circ$.
- b. L'aire est égale à $S = \frac{1}{2} \times CB \times CA \times \sin \hat{C} \approx \frac{1}{2} \times 30 \times 45 \times 0,968$.
 D'où $S \approx 654 \text{ cm}^2$
- c. $V = \frac{1}{3} \times 654 \times 81 = 17658 \text{ cm}^3$.
2. Toutes les dimensions sont divisées par 3, donc le volume est divisé par $3 \times 3 \times 3 = 27$.
 On a donc $V' = \frac{V}{27} = \frac{17658}{27} = 654 \text{ cm}^3$.
3. Le volume du pied de la table est égal à $V - V' = 17658 - 654 = 17004 \text{ cm}^3$

Exercice 2

13 points

1. Sur $[-2 ; 3]$, on a :

$$f'(t) = -\frac{5 \times 2t}{(1+t^2)^2} = -\frac{10t}{(1+t^2)^2};$$

$$g'(t) = 2t - 3.$$
2. Comme $(1+t^2)^2 \geq 1 > 0$, le signe de $f'(t)$ est celui de $-10t$, donc positif pour $t < 0$ et négatif pour $t > 0$.

$$g'(t) > 0 \iff 2t - 3 > 0 \iff t > \frac{3}{2} \text{ et}$$

$$g'(t) < 0 \iff 2t - 3 < 0 \iff t < \frac{3}{2}.$$
3. D'où le tableau de variations des deux fonctions :

t	-2	0	$\frac{3}{2}$	3
x'	+	0	-	-
y'	-	-	0	0
x	1	5	$\frac{20}{13}$	$\frac{1}{2}$
y	10	0	$-\frac{9}{4}$	0

4. Tangente en E : $t = -2$; vecteur dérivé $(x'(-2) ; y'(-2)) = (\frac{4}{5} ; -7)$; pente de la tangente : $\frac{y'(-2)}{x'(-2)} = -\frac{35}{4}$;
 Tangente en F : $t = 0$; vecteur dérivé $(x'(-2) ; y'(-2)) = (0 ; -3)$; pente de la tangente : infinie ; tangente verticale ;
 Tangente en G : $t = 1,5$; vecteur dérivé $(x'(-2) ; y'(-2)) = (-\frac{240}{169} ; 0)$; pente de la tangente : nulle : tangente horizontale
 Tangente en H : $t = 3$; vecteur dérivé $(x'(-2) ; y'(-2)) = (-\frac{3}{10} ; 3)$; pente de la tangente : $-\frac{35}{4}$.

5.

