Sur deux notes...

H. Durup

(Université d'Aix-Marseille)

Deux notes parues dans le n° 274 du *Bulletin de l'A.P.M.* m'incitent à rédiger quelques réflexions sur les sujets qu'elles abordent.

1. Probabilités totales (pp. 252-253).

Aux confusions signalées par notre collègue dans son introduction, j'ajouterais la confusion entre incompatibilité et indépendance, conduisant à déclarer que : $P(A \text{ ou } B) = P(A)+P(B)$ dans le cas de l'indépendance entre A et B ou (non exclusif) que $P(A \text{ et } B) = P(A)\times P(B)$ dans le cas de l'incompatibilité... Mais, plus graves, car correspondant peut-être davantage à une absence de compréhension qu'à l'absence de réflexion, sont les confusions entre les probabilités *a priori* et les probabilités *conditionnelles* dans les problèmes à succession d'événements et probabilités composées.

Il est donc indispensable que le professeur s'exprime avec la plus grande rigueur. C'est pourquoi je suis inquiet devant les formulations suivantes lues dans la note de notre collègue :

— « 2° ... $P(A \text{ et } B) = ...P(A)\times P(B)$ ou $P(A)\times P(B/A)$... suivant que les deux événements sont indépendants ou non » :

en réalité, $P(A \text{ et } B) = P(A)\times P(B/A)$ dans *tous* les cas, cependant que $P(B/A) = P(B)$ lorsque les deux événements sont indépendants (1);

(1) La rédaction « 3° Mais si les *2 événements* A *et* B *sont* compatibles... » pour annoncer une égalité qui est *toujours* vraie procède du même esprit. De telles oppositions abusives sont peut-être à l'origine de ce que les élèves quelquefois « confondent événements incompatibles et événements compatibles », confusion que, pour notre part, nous n'avons jamais rencontrée chez les nôtres.

— « ou bien on prend dans le premier sac rouge; la probabilité de tirer ensuite une rouge du second sac est (d'après le 2°) : (5/20)×(11/11) » :

en réalité, il ne s'agit nullement de la « probabilité de tirer *ensuite* », laquelle correspond à P(B/A), mais de la probabilité de « tirer dans le premier sac une rouge *et* de tirer ensuite une rouge du second sac »;

— la même confusion très grave se retrouve évidemment dans l'autre volet du raisonnement et, très atténuée, dans la conclusion : « La probabilité pour que la deuxième boule tirée soit rouge, dans l'une *ou* l'autre des deux éventualités, est... » peut laisser penser qu'il s'agit d'une probabilité qui prend la même valeur dans deux éventualités; « la probabilité pour que la deuxième boule tirée soit rouge » *devrait suffire* ou sinon il faudrait soit expliciter complètement (par exemple : « la probabilité pour que la deuxième boule tirée soit rouge, sans référence au premier tirage, est... », qui ne me satisfait pas pleinement), soit utiliser conventionnellement l'expression *a priori*, non nécessaire mais peut-être commode, pour attirer l'attention sur l'absence de stipulation concernant le premier tirage : « la probabilité *a priori* pour que la deuxième boule tirée soit rouge » (ou « la probabilité initiale »?).

L'essentiel est de souligner pour les élèves qu'il y a trois sortes de probabilités à ne pas confondre, qui interviennent dans ce type de problème :

— la probabilité d'un événement (exemples : « que la 1re boule tirée soit blanche », « que la 2e boule tirée soit rouge », pour laquelle on peut parler de « probabilité » tout court ou de « probabilité *a priori* »;

— la probabilité d'un événement, sachant qu'un autre événement s'est produit (exemple : « après avoir tiré une boule blanche du premier sac, probabilité de tirer alors une rouge du second sac »), qui est une « probabilité conditionnelle » (autre exemple : sachant qu'on a tiré une boule rouge du second cas, probabilité d'avoir tiré une blanche du premier sac);

— la probabilité d'un produit d'événements (exemple : « que la 1ère boule tirée soit blanche et que la 2ème boule tirée soit rouge »), qu'on peut appeler « probabilité composée ».

S'il subsiste la moindre confusion entre la probabilité « conditionnelle » et la probabilité *a priori*, impossible d'expliquer qu'à la roulette, bien que les séries de 11 noires soient plus rares que les séries de 10 noires, après 10 noires consécutives les probabilités d'une rouge et d'une noire restent égales.

2. Addition et soustraction (pp. 257-258).

La méthode initiale doit à mon avis être telle que, très rapidement, l'élève parvienne au récitatif suivant (exemple : 61—33) : « 3 et ... $\underline{8}$: 11, je retiens 1; 1 et 3 : 4, et ... $\underline{2}$: 6 », les chiffres soulignés étant écrits en même temps que prononcés. C'est le seul récitatif rationnel car il traite la soustraction comme ce qu'elle est, c'est-à-dire une addition à compléter (« 3 ôté de 11, reste 8 », que je trouve affreux, passe implicitement par « 3 et 8 : 11 », soit au niveau de la recherche actuelle du « reste », soit au niveau de l'acquisition progressive d'une « table de soustraction » venant, inutilement me semble-t-il, surcharger la mémoire). J'imagine qu'il suffirait de comparer la rapidité de calcul des adultes opérant de l'une ou l'autre façon pour se convaincre de l'avantage d'une méthode qui, je crois, était déjà enseignée aux futurs instituteurs voilà un demi-siècle à l'École Normale d'Auteuil.