A Lyon

Trois équipes lyonnaises nous ont fait parvenir un rapport.

L'un d'eux insiste sur la modification pédagogique (groupes de niveaux) ayant accompagné l'expérimentation ; le troisième complète l'article sur la géométrie (cf. p. 350) rédigé par l'I.R.E.M. de Lyon.

Expérimentation en 4e.

Mme MOREL,
Lycée Saint-Just, Lyon-5e.

Depuis deux ans, nous poursuivons, en Quatrième, une expérience d'enseignement des mathématiques modernes. L'an dernier, le programme de la Commission Lichnerowicz ayant été connu trop tard, nous avons expérimenté le programme d'algèbre. Le programme de géométrie a été vu au début de cette année, les élèves étant alors en Troisième. Cette année, nous avons pris comme base les nouveaux programmes; nous utilisons les fiches Galion.

Depuis la rentrée 1969, plusieurs changements sont intervenus par rapport à l'enseignement traditionnel de notre lycée :

— Il s'agit de nouveaux programmes faisant suite à un enseignement reçu en Sixième et en Cinquième.

— Nous avons utilisé de nouvelles méthodes en introduisant en Quatrième l'enseignement par fiches.

— Conjointement, nous avons mis en place une nouvelle répartition des élèves en expérimentant un enseignement par niveaux.

Voici donc quelques remarques concernant nos activités, nos réussites, nos échecs, nos espoirs.

Nous nous réjouissons d'avoir obtenu, en Quatrième, des programmes modernes très formateurs et correspondant à l'orientation de notre enseignement scientifique à partir du second cycle. Cependant, ce programme est trop vaste. Notre système d'enseignement par niveaux nous permet d'en avoir nettement conscience. Nos élèves sont réparties en dix niveaux de 24 élèves; les trois niveaux les plus faibles disposent d'une heure supplémentaire, c'est-à-dire de cinq heures hebdomadaires au lieu de quatre. Dans les niveaux faibles, nous nous heurtons aux limites d'assimilation de certains élèves, à la lenteur de beaucoup d'autres; nous pouvons affirmer avec force que nous leur demandons trop. Au 1er avril, ils sont « essoufflés » alors que nous commençons l'étude des réels et que la géométrie n'a pas été abordée; or, compte-tenu du calendrier des examens et des vacances, il reste deux mois de travail. Il est facile à un professeur d'une classe hétérogène de se déclarer satisfait lorsque quelques bons éléments réagissent très bien et donnent l'illusion que le programme « passe bien ». Dans l'enseignement traditionnel, beaucoup trop d'élèves restaient fermés aux mathématiques. Nous avons certainement obtenu une plus large audience. Cependant, en gardant des programmes trop ambitieux, compte tenu du temps dont nous disposons, nous abandonnons ou décourageons encore au moins 20 p. 100 des élèves. Faut-il considérer que ce « déchet » est normal dans le premier cycle ou bien devons-nous exiger des programmes minimums qui pourraient être assimilés par les élèves moins favorisés et qui laisseraient aux autres toutes possibilités de dépassement?

La méthode d'enseignement par fiches, permettant à chaque élève de progresser à son rythme, est utilisée avec une certaine souplesse. En général, nos élèves travaillent par groupes de deux ou trois, rarement individuellement.

Il nous semble indispensable que le professeur prenne toute sa classe en main régulièrement et ceci surtout dans les niveaux faibles, d'une part pour insister sur les résultats essentiels, d'autre part pour introduire des notions difficiles enfin pour corriger des exercices mal compris. La démonstration constitue une grosse difficulté pour la classe de Quatrième; la plupart des élèves ne la surmontent pas seuls. Étant donné qu'il est matériellement impossible au professeur de donner suffisamment de conseils à chaque élève en particulier, il faut revenir, à ce moment, au cours magistral. Mais, dès lors, les élèves, habituées à la réflexion et au travail personnel, participent plus activement qu'autrefois au travail réalisé en commun.

Parfois, nous prenons la parole au début d'une fiche, par exemple, pour définir un vecteur, ensuite, nous donnons aux élèves les exercices proposés. Quelquefois il est utile de faire une synthèse à la fin d'un chapitre, par exemple, après les encadrements de réels, pour mettre en évidence les méthodes utilisées et le vocabulaire à retenir.

Afin de rendre possible le travail collectif, nous évitons les grands décalages entre les élèves; ceci est relativement facile dans des groupes homogènes; il est tout de même nécessaire de fournir aux élèves plus rapides quelques exercices supplémentaires ou bien de donner aux plus lents des fiches à terminer chez eux.

Il faut demander de temps en temps un effort de mémoire et donner quelques résultats à apprendre. Nous estimons, par exemple, qu'après avoir manipulé des relations, des groupes, en Sixième et Cinquième, les élèves doivent connaître, en Quatrième, la définition d'une relation d'équivalence ou d'un groupe; ceci les oblige à formuler clairement ce qu'ils sentent de façon plus ou moins implicite. Nous donnons quelques devoirs à la maison mais, surtout, des fiches à terminer.

Le contrôle des résultats s'exerce, de façon permanente, en dialoguant avec chaque élève ou avec la classe et, de façon plus nette, au cours des interrogations écrites données, environ, chaque quinzaine. Ce travail personnel régulier est pour nous le meilleur moyen de tester les progrès réalisés.

Malgré quelques difficultés, nous avons obtenu des résultats très encourageants.

Il faut, bien sûr, considérer comme un échec le fait de ne pas terminer le programme; ceci laisse les élèves insatisfaits et, parfois, découragés. Il est certain que nous sacrifierons encore une partie de la géométrie.

Il faut constater aussi que nos élèves utilisent mal la déduction logique; cette difficulté est, semble-t-il, assez normale à leur âge.

Lors du travail sur fiches, il arrive que quelques élèves passent rapidement sur les commentaires pour ne faire que les exercices, ou bien s'intéressent peu à des exercices dont la marche n'est pas entièrement tracée. Ces inconvénients peuvent être partiellement évités par l'intervention du professeur.

Nos élèves font régulièrement des exercices de calcul avec ou sans machines; peut-être sont-ils un peu moins rapides qu'autrefois, mais ils sont, sans aucun doute, plus conscients. On rencontre *moins les grosses erreurs* faites par les élèves qui appliquaient simplement un mécanisme.

Les élèves de Quatrième ont, dans l'ensemble, assimilé les notions d'application, de loi de composition, les calculs dans l'ensemble des décimaux. Ils résolvent *correctement* les équations du premier degré.

Parmi les points essentiels très positifs, nous signalons le changement d'attitude de l'élève face au cours de mathématique; ceci était déjà constaté en Sixième et Cinquième. Le cours est plus agréable, passionnant pour certains.

Les élèves n'acceptent que ce qu'ils comprennent; ils sont plus exigeants dans leurs demandes d'explication. Les contacts élèves-professeurs sont plus profonds; des découragements sont évités. Le travail sur fiches semble être un facteur favorisant le travail en équipes dans une ambiance de liberté.

Le professeur doit accepter les discussions, les déplacements et aussi un niveau sonore un peu élevé. Il en résulte pour lui une plus grande fatigue qu'autrefois particulièrement s'il enseigne dans un niveau faible.

La méthode d'enseignement par niveaux comporte « quelques » inconvénients surtout au point de vue psychologique (difficulté des changements de groupes, hantise de « descendre » pour certains) mais, pour nous, elle présente surtout des avantages : les faibles ne sont plus écrasés par les forts, ils peuvent s'exprimer sans complexes; ils disposent d'une heure supplémentaire; les forts avancent sans s'ennuyer. Le maître peut davantage individualiser son enseignement, maintenir l'émulation qui n'existait que pour les têtes de classe.

L'expérimentation des nouveaux programmes a donc servi de prétexte à une profonde rénovation pédagogique, établissant des rapports psychologiques fructueux entre élèves et maîtres — et même, ce dernier aspect n'étant pas le moins important, au sein de l'équipe d'enseignants.

Expérience de mathématique au niveau des 4e.

Mme BUCHWALTER, M. LAUVERGNAT,
Lycée Jean-Perrin, Lyon-9e.

Cette année 1970-1971, 175 élèves de Quatrième, répartis en 6 classes, participent à l'expérience de Mathématique. Les élèves ont quatre heures de mathématique par semaine.

Ces quelques notes risquent de n'être pas très intéressantes dans la mesure où le programme expérimenté cette année comporte d'assez grandes différences avec celui officiellement adopté pour la prochaine rentrée.

La répartition cette année a été à peu près la suivante :

— Premier trimestre : ensemble et logique, lois de composition.
— Deuxième trimestre : groupes, ensemble des décimaux.
— Troisième trimestre : l'ensemble des réels, débuts de la géométrie.

Les élèves utilisent les fiches *Galion (4e)*; ils sont habitués au travail sur fiches depuis la classe de Sixième. ***Les avantages de la méthode.*** se sont confirmés tout au long de ces trois années, principalement sur les deux points suivants :

① *Travail individualisé* permettant à un élève lent de ne pas se sentir perdu, de pouvoir travailler à son rythme et dans bien des cas d'éviter le découragement.

② *Travail par équipes.* Les élèves travaillent souvent, sans que ce soit obligatoire, par groupe de 2 ou 3. Ils s'apportent mutuellement une aide qui s'est révélée être très efficace. Ils apprennent à expliquer aux autres, donc à préciser leur propre pensée.

Une difficulté toutefois : il est malaisé de faire des synthèses pour l'ensemble de la classe, les élèves ayant des écarts de fiches importants les uns par rapport aux autres; l'utilisation de fiches supplémentaires ne permet pas toujours de combler ce retard.

Nous pouvons toutefois affirmer, après trois ans d'expériences, que la *méthode utilisée est un succès :*

— élèves heureux de travailler et prenant leur travail au sérieux;
— pourcentage très faible, parmi les six classes, d'élèves en difficulté.

A remarquer que *le programme de Quatrième que nous avons expérimenté* nous paraît beaucoup trop lourd : la géométrie pratiquement ne pourra guère être abordée cette année. Par contre, nous regrettons bien vivement qu'aient disparu totalement du programme définitif les notions de logique. Les fiches correspondantes que nous avons expérimentées ont intéressé les élèves et elles ont été assez bien assimilées. Elles complétaient utilement les fiches relatives au langage des ensembles et préparaient utilement l'avenir...

Expérimentation d'un nouveau programme de 4e.

Équipe du Lycée Ampère (Lyon).

Le nouveau programme de Quatrième-Troisième est connu depuis peu. Notre propos n'est pas ici de critiquer tel ou tel aspect de ce programme qui peut être considérablement amélioré. D'ailleurs, tout programme est mauvais!

Nous voulons simplement apporter le témoignage de ce qui a été fait, dans les classes expérimentales de Lyon, ou plutôt parler plus précisément de quelques points particuliers éclairés par le travail de plus d'une année.

Lorsque nous avons dû, en Quatrième, poursuivre notre expérimentation commencée en octobre 1967 en Sixième, *il n'y avait pas de programme de Quatrième à expérimenter.* Tout juste un texte sur lequel l'accord était très loin d'être réalisé; quelques bonnes idées pour l'étude des nombres, appelée couramment algèbre; une proposition pour la géométrie. En gros, la partie dite « algébrique » est celle qui est devenue officielle dans le nouveau programme de Quatrième : c'est ce qui fut expérimenté.

La partie « géométrique » a subi de nombreuses fluctuations. Nous avons tenté, en Quatrième, d'introduire ces notions géométriques à partir d'« axiomes » du milieu. Puis, nous avons abandonné cette voie pour essayer de bâtir autre chose à partir des idées contenues dans le programme actuel.

En fait, nous avons passé beaucoup de temps sur l'approche des réels, si bien que c'est en début de Troisième expérimentale que nous avons vraiment traité la partie géométrique, en tentant d'arriver le plus économiquement possible au plan vectoriel.

Il faut dire que, si les programmes rénovés de Sixième et Cinquième ne posent plus beaucoup de problèmes dans notre enseignement, il n'en va pas de même pour celui de Quatrième.

D'abord sa longueur, ensuite sa densité.

Si l'on veut tirer le bénéfice d'une notion telle que celle de « groupe », il faut bien d'abord parler des lois de composition sur des exemples simples, de leurs propriétés, ce qui est assez long.

Il faut ensuite « approcher les réels ».

La question, du seul point de vue intuitif, ne présente pas trop de difficultés contrairement à ce que l'on aurait pu croire. Mais la recherche d'encadrements par des décimaux est très longue, car elle doit être faite sur des exemples nombreux et variés.

Il reste ensuite à mettre en forme certaines règles opératoires dans $\mathbb{R}$, et étudier les applications-polynômes.

Si l'on a le souci de ne pas trop escamoter les problèmes, si l'on veut éviter trop de dogmatisme, tout cela prend beaucoup de temps.

Quant à la géométrie (dont la plus grande partie ne peut être abordée avant l'étude de $\mathbb{R}$), en dépit d'une « étude économique », on ne peut tout de même pas la traiter en quelques semaines. *Nous devons donc mettre les* *collègues en garde davantage contre cette longueur, que contre les difficultés rencontrées.*

Un travail assez lent, individualisé, avec fiches de travail ou autres documents, est très bien adapté aux classes de Sixième et Cinquième, Indiscutablement, on devra essayer d'aller plus vite en Quatrième.

Les documents de travail doivent être utilisés en général de façon nouvelle dans cette classe. Sans abandonner l'individualisation, la recherche personnelle, le travail en groupe, il faudra sans doute faire plus souvent un travail collectif plus rapide.

On pourra faire préparer certaines fiches à la maison, ou en devoirs.

Voici maintenant quelques points de détail.

④ Les lois de composition.

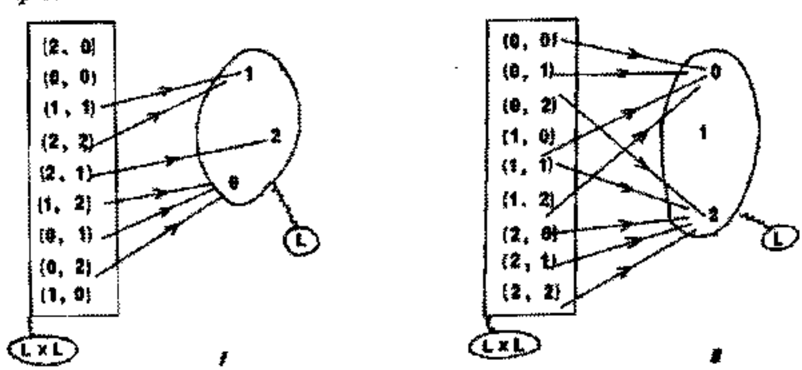
Les élèves de Sixième et Cinquième, habitués aux concepts de « *relations* », « *applications* », « *graphes* » n'ont pas de difficulté pour aborder les *lois de composition sur des ensembles finis*.

Une loi de composition dans E sera une application de $E \times E$ vers E.

Le qualificatif « *interne* » semble inutile si l'on utilise cette définition :

$$(x, y) \mapsto x * y$$

Exemples :



g est une loi de composition dans L; *f* n'est pas une loi de composition(c'est une *opération* dans L).

Autres exemples de lois de composition :

L'addition dans $\mathbb{N}$, dans $\mathbb{Z}$, dans $\mathbb{D}$.

La multiplication dans $\mathbb{N}$, dans $\mathbb{Z}$, dans $\mathbb{D}$.

$\cap$, $\cup$, Δ dans $\mathcal{P}$ (E).

Composition des bijections dans E (ensemble fini).

Contre-exemple :

Soustraction dans $\mathbb{N}$.

On insiste beaucoup sur la *table de Pythagore*, instrument précieux pour l'étude des lois de composition sur un ensemble fini.

Exercice :

Voici trois tables :

2e composant (en colonnes), 1er composant (en lignes)

$*$	a	b	c
a	b	b	c
b	a	a	a
c	b	c	b

2e composant (en colonnes), 1er composant (en lignes)

$\perp$	a	b	c
a	b	c	d
b	a	c	a
c	c	b	a

2e composant (en colonnes), 1er composant (en lignes)

∇	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	
c	c	a	a

Lesquelles sont tables de Pythagore d'une loi de composition dans $\{a, b, c\}$? Il est intéressant de parler assez tôt de *carré latin*, table pour laquelle chaque élément de E figure une fois et une seule sur chaque ligne et chaque colonne.

Il est absolument indispensable de présenter de multiples exemples, avec des notations diverses, de faire exécuter des calculs nombreux sur ces exemples, en insistant sur le rôle des parenthèses, qui est loin d'être évident pour un enfant qui quitte la Cinquième.

L'étude des propriétés sera grandement facilitée par ces nombreux calculs; par exemple ceux dans lesquels on effectue $(a \mathrm{T} b) \mathrm{T} c$ et $a \mathrm{T} (b \mathrm{T} c)$ en trouvant des résultats différents.

La *commutativité* et l'existence du *neutre* ne posent pas de grands problèmes. Il n'en est pas de même pour l'*associativité* et la *distributivité* d'une loi de composition sur une autre; en effet, pour ces propriétés, la table n'est plus guère utilisable!

Il faut « tout vérifier » ou « faire une démonstration ».

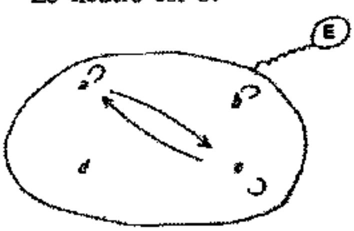
Alors, pour éviter des calculs longs et fastidieux, on « admettra » souvent l'associativité, si le professeur sait, lui, que la loi de composition est associative. Et puis, on présentera des contre-exemples.

La notion d'*éléments symétriques* ne pose pas trop de problèmes. On pourra faire étudier, dans E, la relation.

« ... *est élément symétrique de...* » pour une loi de composition donnée. et constater que cette relation est « symétrique » (!). et que dans certains cas c'est une bijection!

Exemple. Loi $*$ sur $\{a, b, c, d\}$.

Le neutre est b.



Relation "... est symétrique ..."

second composant (en colonnes), premier composant (en lignes)

$*$	a	b	c	d
a	b	a	b	b
b	a	b	c	d
c	b	c	b	a
d	a	d	a	a

Nous avons eu quelques mésaventures de vocabulaire :
« *symétrie* » de la table pour la commutativité.
« *symétrie* » en tant que propriété d'une relation.
« *éléments symétriques* ».

C'est la raison pour laquelle certains proposent « élément *neutralisant* de x » pour « élément symétrique de x »... A l'usage, ce vocabulaire est bien accepté par les enfants.

Nous avons aussi insisté sur « *absorbant* » pour une loi de composition.

Exemple :

0 est absorbant pour la multiplication dans $\mathbb{N}$, dans $\mathbb{Z}$.
E est absorbant pour la loi de composition $\cup$ dans $\mathcal{P}^{(E)}$ etc.
Ce terme imagé est simple, commode et bien compris.

On arrive ainsi tout doucement aux *groupes*. Il n'est pas question d'en faire une théorie, mais on y vient tout naturellement; loin d'être une complication inutile, cette synthèse est très bien comprise, et bien utilisée par la suite. Il faudra bien sûr illustrer ce concept d'exemples et contre-exemples nombreux. Et surtout s'en servir *systématiquement* pour résoudre des équations.

Exemples :

$ax = b$ dans $(\mathbb{R}^*, \times)$.
$\vec{a} \oplus \vec{x} = \vec{v}$ dans $(\mathcal{V}, \oplus)$, groupe additif des vecteurs géométriques.
$t_{\vec{x}} \circ t_{\vec{u}} = t_{\vec{v}}$ dans le groupe des translations $(\mathcal{T}, \circ)$.

② Un peu de logique.

Cette rubrique ne figure pas au programme. Il est pourtant difficile de se passer de quelques notions très simples pour bien comprendre certaines questions : propriétés de lois de composition, équations, raisonnement déductif, etc.

Nous avons traité, timidement et sans doute trop vite (car il faut traiter le reste!...) les questions suivantes :

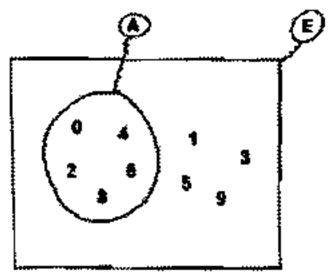
— *Moule à énoncés* (en évitant « prédicat »).
— *Connecteurs* $\vee$, $\wedge$, $\neg$.
— *Partie de E associée à un moule.* Usage de cartes perforées.
— Relation « ... *entraîne*... » entre... moules. (Notation $\vdash$).
— *Équivalence logique.*

Après bien (!) des discussions, nous n'avons pas voulu, pas pu, pas osé, (comme vous voudrez) parler de quantificateurs, ni du connecteur $\Rightarrow$. D'aucuns le regrettent, d'autres le déplorent; quelques-uns pensent que l'on aurait pu faire l'économie de cette « logique ». En fait l'expérience montre que c'est bénéfique. Peut-être même n'en avons-nous pas fait suffisamment; en particulier, on se passe difficilement de la quantification dans de nombreux cas simples.

Le moule à énoncés

L'expression n'est pas belle! Surtout lorsqu'on parlera de « relation dans un ensemble de moules »! Mais au diable le purisme! Nos élèves en ont retiré un bénéfice certain; nous nous en rendons compte chaque semaine :

$(\square + \Delta)^2 = \square^2 + \Delta^2 + 2\square\Delta$.
Équation dans $\mathbb{R}$: $2\,\square - 5 = 0{,}6$.
Équation de droite : $2u - 4v = 6$.
Inéquations : $a\,\square + b > 0$. Etc.
E est un ensemble de naturels.
P : « $\square$ est pair » n'est pas un énoncé : cette écriture sert à fabriquer des énoncés en mettant à la place de $\square$ des éléments de E.
« 8 est pair » est vrai : 8 *vérifie* le moule P.
« 1 est pair » est faux : 1 ne vérifie pas P.



Le sous-ensemble de E dont les éléments vérifient P est la partie associée à P : c'est A.

Il est important, au début, de ne pas désigner la « lettre muette » (ou la case vide...) par ... une lettre, mais par un signe cabalistique quelconque. Outre le pittoresque de l'écriture, on évitera des questions du genre : « Mais, Monsieur, quand vous écrivez $x \in \mathbb{Z}$, $2x = 5$, cela ne veut rien dire! Je sais bien que x n'est pas élément de $\mathbb{Z}$! »

Les connecteurs seront introduits très simplement, en liaison avec les lois connues de $\mathfrak{P}_{(E)}$.

p associé à la partie A de E
q associé à la partie B de E
$p \wedge q$ associé à la partie $A \cap B$
$p \vee q$ associé à la partie $A \cup B$
$\neg p$ associé à la partie $\bar{A}$

Bien sûr, dans les débuts, il y a eu des confusions... naturelles.

Deux moules p et q sont *logiquement équivalents* si, dans E, leurs parties associées sont égales.

Notation : $p \vdash\!\dashv q$.

La relation « entraîne » p $\vdash$ *q* signifie « tout élément qui vérifie *p* vérifie aussi *q* ».

L'étude de cette relation est relativement simple si, d'une part, E est fini et si d'autre part on considère un ensemble fini de moules très simples.

Exemple :

r : « x *est impair* ».

s : « x *est plus grand que* 8 ».

a) $G = \{11, 4, 12, 17, 6, 2, 20\}$.

Dans G, *r* entraîne-t-il *s*?

Dans G, *s* entraîne-t-il *r*?

b) Mêmes questions en remplaçant G par H :

$$H = \{3, 7, 6, 15, 2, 4, 23\}$$

c) Mêmes questions en remplaçant G par K :

$$K = \{2, 13, 6, 27, 0\}$$

d) Inventer une partie L de $\mathbb{N}$ telle que, dans L, aucun des deux moules *r*, *s* n'entraîne l'autre.

Tout cela se complique — au point d'être inexploitable ou presque — si E est un ensemble infini. Il faut alors un raisonnement avec la quantification sous-jacente. Mais peut-on espérer tout faire à la fois? N'est-ce pas déjà préparer le terrain que présenter une notion importante assez tôt, sur des situations simples?... « tôt et progressivement », comme dit « qui-vous-savez »!

③ Des décimaux aux réels.

Il pouvait sembler téméraire de donner, aux élèves de Quatrième, une idée du corps ($\mathbb{R}$, +, ×), en court-circuitant les fameux rationnels, qu'une habitude déjà séculaire place « logiquement » entre $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{R}$.

Les expérimentateurs sont à peu près unanimes à reconnaître que cette innovation très importante est excellente. Cette initiation aux réels est plus facile à donner qu'on aurait pu le supposer, cela à plusieurs conditions :

— D'abord bannir absolument toute espèce de théorie de $\mathbb{R}$ plus ou moins déguisée. Après une mise en ordre sur les décimaux, on fait prendre conscience de la nécessité de nombres non décimaux sur des exemples, puis $\mathbb{R}$ est introduit par les propriétés de ($\mathbb{R}$, +, ×, ⩽), qui prolongent et complètent celles de ($\mathbb{D}$, +, ×, ⩽).

— Ensuite, utiliser au maximum les structures simples (ordres, groupes...) dégagées peu à peu depuis deux ans sur des ensembles finis.

— Disposer de temps et de moyens (machines à calculer) pour effectuer de nombreux calculs d'encadrements par des décimaux.

Avantages de cette présentation

— Réhabilitation des décimaux, outil de calcul par excellence pour le physicien.

— Réhabilitation de la notion d'encadrement et d'approximation, totalement négligée dans les « anciens » programmes.

— On redonne à $\mathbb{Q}$ sa juste place, non historique peut-être, mais bien normale en mathématique.

— Motivations de calculs numériques nombreux.

— Présentation claire, rapide et efficace des règles opératoires avec des réels écrits sous forme fractionnaire, du type $\frac{5}{7}$ ou $\frac{2}{0{,}3}$, en utilisant systématiquement les propriétés admises de ($\mathbb{R}$, $+$, $\times$).

— Possibilité d'utiliser $\mathbb{R}$ dès le deuxième semestre de Quatrième, notamment en géométrie.

Problèmes qui se posent

— On ne soulèvera pas de questions théoriques. Cependant, elles sont bien présentes, et il n'est pas toujours facile d'en donner une idée même simple et concrète.

Exemples : addition, multiplication de réels et encadrements,
suite illimitée, décimaux non inversibles.

— Il faut beaucoup de temps pour trouver des encadrements, sur des exemples variés. Et, pourtant, l'élève doit faire ces calculs lui-même! Il n'est pas question de les parachuter.

— On ne peut pas vraiment dire « ce qu'est un nombre réel ».

Mais peut-on le dire beaucoup mieux en classe terminale?

Il n'est pas question ici d'entrer dans le détail, mais seulement d'évoquer quelques points particuliers.

Sur les notations et le langage

Jusqu'en début de la classe de Quatrième, nous avons conservé, pour les entiers, les notations 3^+, ou 3, et 3^-. L'avantage de cette notation, ou d'une notation voisine, est incontestable, et sur ce point je ne suis pas d'accord avec les remarques de notre collègue Loi (pour la tradition : *Bulletin*, 277, p. 92). Pour avoir enseigné les *deux* notations (3^- et (—3)), nous pouvons affirmer que la première permet d'éviter de très nombreuses erreurs.

Mais il faut bien reconnaître que cette notation est gênante pour certaines écritures et que, par ailleurs, nous devons faire en sorte que nos élèves puissent lire les ouvrages de mathématique, où l'on écrit (—3) et non 3^-.

Écritures gênantes : $2^{(a^-)}$ qui risque de devenir $(2^a)^- \ldots (3^-).a$, qui n'est pas plus simple que $-3a$, et risque de devenir $3-a$ (en passant par 3^-a).

Pour cette raison, tout en autorisant encore 3^- pour opp(3), nous sommes progressivement venus à (—3). Cela n'a pas été très simple dans les débuts.

Après des flottements, les choses semblent maintenant claires et les deux notations sont employées, selon les circonstances.

Nous tenons beaucoup à opp(a); à inv(a) pour l'inverse. Le « parallélisme » des propriétés de ces opérateurs est très précieux dans le calcul.

La notation a^{-1} pour $\frac{1}{a}$ ou inv(a) est facilement admise ; il semble cependant que son utilité soit assez réduite.

Le réel 0,2 peut s'écrire $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$, $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$, qui sont des *écritures fractionnaires* différentes du même réel. Le mot *fraction* est pratiquement inutile. Sont totalement inutiles des mots comme « rapport », « proportion »; « quotient de réels » suffit dans toutes les circonstances rencontrées.

$\sqrt{2}$ est lu « radical deux » plutôt que « racine de deux ».

Son opposé est noté opp($\sqrt{2}$) ou ($-\sqrt{2}$).

« $\mathbb{R}$ privé de 0 » est noté sans problème $\mathbb{R}^*$.

Les moules tels que $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ sont notés dans un premier temps $(\square + \bigcirc)^2 = \square^2 + \bigcirc^2 + 2\square\bigcirc$

L'avantage de cette notation est évident, nous l'avons constaté, par exemple dans le passage de $(a+b)^2$ à $\left(3a+\frac{b}{5}\right)^2$.

Les polynômes sont d'abord présentés comme des *applications* de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

$$f : x \mapsto 2x^2 - 4x + 5$$

Par la même occasion, signalons quelques notations en géométrie.

Le vecteur $\vec{u}$, classe de (A, B) est noté aussi $\overrightarrow{AB}$.

Son opposé est noté opp($\vec{u}$), puis accessoirement ($-\vec{u}$) (qui n'est pas très bon).

Certains élèves proposent d'écrire $\overleftarrow{u}$ pour opp($\vec{u}$). Les maîtres devraient bien méditer cette proposition.

Le vecteur neutre pour l'addition est noté $\vec{0}$ et non $\vec{O}$.

Certes, on a déjà beaucoup parlé de notations; nous apportons ici un témoignage. Il ne s'agit pas de changer pour le plaisir de changer. Mais incontestablement, certaines notations sont dangereuses. Il faut essayer d'éviter ces dangers, donc essayer des notations nouvelles, mais cela avec des élèves qui n'en ont jamais vu d'*autres* : à cette condition seulement l'expérience est probante. Il faut aussi que le maître joue honnêtement le jeu et se déconditionne lui-même.

Enfin, signalons à l'A.P.M.E.P., dans les colonnes du *Bulletin*, que de très nombreux collègues souhaitent que nous nous mettions d'accord au moins sur les notations les plus courantes, sur le vocabulaire. Le travail de Chevallier et de la Commission du Dictionnaire est considérable. Il faut absolument que chacun fasse l'effort de donner son avis sur telle ou telle notation, puis accepte ensuite une décision unificatrice.

④ Et la géométrie...

La géométrie à elle seule mériterait *deux* bulletins. Il y a tellement à dire! Idées, critiques, suggestions, axiomatiques, vectoriel, suppression... Nous n'allons pas nous engager dans cette voie, déjà très fréquentée.

Après bientôt deux ans de tâtonnements, d'essais, de discussion, nous sommes arrivés sensiblement aux conclusions suivantes :

— Le nouveau programmme de géométrie de Quatrième n'est pas enthousiasmant.

— Il constitue cependant un progrès sur l'ancien.

— La « liberté du choix des axiomes » est une très bonne chose, mais compte tenu des notions présentées, la liberté de manœuvre est-elle bien grande?

— La partie « axiomes d'incidence » ne présente qu'un intérêt limité. Elle peut être traitée très simplement et très rapidement.

— Après avoir présenté « l'énoncé de Thalès », avec la bijection du plan sur $\mathbb{R}^2$, on peut très vite arriver au plan vectoriel, aux translations, et utiliser ce vectoriel comme outil mathématique.

Lorsqu'on en est là, tout devient simple. La présentation initiale présente seule, ou presque, quelques difficultés. Les élèves sont relativement à l'aise en algèbre linéaire.

On objectera que certaines questions ne sont pas traitées de manière intrinsèque... Mais que signifie « intrinsèque »? Le physicien, qui utilise la géométrie euclidienne, fait-il des choses intrinsèques?

N.D.L.R. — Le plan suivi par nos Collègues, pour la présentation de la géométrie, est présenté et développé pages 350 à 378.