

Matériaux pour une documentation

Le système métrique hier et aujourd'hui

par Louis MARQUET, Albert Le BOUCH, Yves ROUSSEL, Editions A.D.C.S. Co-diffusion par l'APMEP

Brochure en A5, claire, de 132 pages, avec, en plus, 11 iconographies, dont 9 en quadrichromie. Par l'A.P.M.E.P. : prix public 135F, **Prix adhérent : 95F** (toujours port en sus).

Après 4 pages d'Introduction, par P. GIACOMO, Louis MARQUET conte superbement, en 66 pages, *LA CRÉATION DU SYSTÈME MÉTRIQUE DÉCIMAL*, avec les diverses tentatives, dès 1670, et, pour les longueurs, *un fréquent va et vient entre deux références: au méridien ou à la longueur d'un pendule simple*. De plus en plus affinées, tentatives et références bénéficient de l'élan *Turgot-Condorcet* (1775) - hélas vite stoppé par Necker - *des Cahiers de doléances de 1789...*, Louis MARQUET cite un apport mal connu: une très documentée, motivée, étoffée... *proposition de Talleyrand* (mars 1790) relative aux longueurs (avec les deux références mais en penchant pour le pendule) et aux poids (avec Lavoisier pour caution). Le 8 mai 1790, le pendule à secondes est choisi...pour être mis au placard en février 1791...

Le méridien alors pris en référence, on sait les calculs de triangulation entrepris...par les équipes de DELAMBRE et MÉCHAIN. Mais imagine-t-on les difficultés de tous ordres rencontrées?... Louis MARQUET nous fait revivre tout cela,

avec, aussi, 5 planches de chaînes de triangles... Les opérations, souvent interrompues, dureront, pour l'arc de méridien initialement retenu, jusqu'à octobre 1798...

Louis MARQUET nous captive aussi par *les avatars successifs des choix gouvernementaux jusqu'à ceux de 1799 dédiés «à tous les temps, à tous les peuples» et par les tentatives, dès 1790, pour répandre le système hors de France...*

Albert Le BOUCH précise, en 20 pages, *LA DIFFUSION DU SYSTÈME MÉTRIQUE DÉCIMAL*, à partir de 1800 en France, puis à l'étranger (Hollande: 1820; Grèce: 1836), avec un effort méthodique à partir de 1837, effort valorisé par les expositions universelles de 1851, 1855, 1867,... peu à peu récompensé, notamment lors d'une conférence de 1872 regroupant 30 états et de la conférence de 1875 fondant les instances internationales... Le lecteur suivra cela avec passion, *ainsi que les renouvellements successifs de la définition du mètre...*

Yves ROUSSEL traite, en 24 pages, de *«JEUNESSE ET PERMANENCE DU SYSTÈME INTERNATIONAL (SI), des choix fondamentaux, des unités de base: m, kg, s, A, K, mole, candela, radian, stéradian, des unités dérivées, des multiples et sous-multiples, des conventions d'écriture et des symboles*. Il faut disposer de ces tableaux, de ces commentaires, tous éclairants et complets. Chemin faisant, il est d'ailleurs question

du calendrier républicain, d'une proposition anti chômage de "pentades" (trois jours de travail puis week-end de deux jours)... et d'unités surgies, codifiées, puis abandonnées, ces dernières décennies (dyne, röntgen, angström,...) tandis que d'autres émergent en informatique (bit, baud, pixel,...)...

La brochure fournit ensuite 18 pages de documents et une bibliographie.

Cette brochure est riche, bien écrite, avec pas mal d'encarts ("cercle répétiteur" de Bordas, «Pile de Charlemagne», notions de triangulation, année tropique, les cinq définitions du mètre,...) toujours bienvenus.

L'APMEP est heureuse, grâce à ses accords avec ADCS, de pouvoir offrir au meilleur prix un tel ouvrage de référence.

Henri BAREIL

L'Empire des nombres

par Denis GUEDJ. Ed. Gallimard. Collection «Découvertes»

176 pages en 12,5x17,9, bien illustrées en couleurs, avec glossaire, chronologie, index. Prix : 87F

L'ouvrage illustre d'abord quelques 10^a mètres, une page pour chacune des valeurs suivantes de n : 25, 22, 8, 5, 2, 0, -4, -7, -9.

Suivent 7 CHAPITRES: Exprimer la quantité; des nombres aux chiffres; la numération indienne de position; les entiers naturels; l'empire s'étend; le zéro et les infinis; l'impossible définition (du «nombre»).

L'écriture est alerte, le rythme vif, les propos attachants, avec d'excellents aperçus (ainsi pour le zéro). La partie historique est largement développée. Un

seul reproche : une écriture aléatoire de «hypoténuse», avec, une fois sur deux la classique graphie incorrecte.

L'auteur propose ensuite des "TÉMOIGNAGES ET DOCUMENTS": Textes d'ARCHIMEDE, PLATON, PHILOLAOS-STOBÉ, ARISTOTE, BÉNEZE (à propos de la métrologie - 1961 -), DAGOGNET, Paul VALÉRY, GUSDORF, «Directoire de la Seine-Inférieure» (1794 - à propos de la "révolution décimale"), H. POINCARÉ, L. CARNOT, ARGAND, G. CANTOR, DEDEKIND, D. WELLS (à propos du "nombre de Graham")... Il est aussi question des nombres de MERSENNE, du «googol» (10^{100}) des "bases acoustiques", du boulier, des dénombrements de la Genèse, de PIAGET, de l'Oulipo et des «cent mille milliards de poèmes»,... En prime, un «one zero show»

Le tout est excellent (sauf pour "hypoténuse", hélas!), présenté et illustré avec goût, sur papier couché. Un beau petit livre pour un large public. Pour offrir, pour toute bibliothèque de collège ou de lycée.

Henri BAREIL

Activités géométriques pour le Collège et le lycée

Présentées dans une perspective historique

par le groupe d'histoire des mathématiques de l'IREM, 70 rue du général Zimmer - 67084 Strasbourg Cedex.

Deux volumes en A4, 102 pages pour le volume 1 et 63 pour le 2. Très claire présentation. Prix respectifs : 50F (+ port 20F, 30F (+ port 15F), les 2 70F (+ port 20F).

«Le dénominateur commun des articles rassemblés ici est le problème de la mesure des grandeurs»

• **VOLUME 1** : «Centré sur la notion de mesure, il développe le thème des grandeurs incommensurables pour donner un sens à la notion de nombre irrationnel. Il montre aussi comment démontrer en géométrie autrement qu'en faisant des calculs».

Le second objectif séduit, dès l'Introduction, avec les comparaisons d'aires d'un carré et du triangle équilatéral construit sur l'une de ses diagonales...

Agnès CUZIN «COMPARE, MESURE» sur 50 pages. L'algorithme «de la soustraction réciproque», appliqué à la comparaison du côté et de la diagonale d'un carré, permet de traiter le problème général de l'incommensurabilité. L'axiomatique d'Euclide alors mise en place débouche sur cinq «exercices» longuement développés: approximation d'un rapport de grands nombres par ceux de nombres plus petits; nombre d'or; pentagone régulier; côté d'un triangle équilatéral et rayon de son cercle circonscrit; problème du calendrier. Suivent un texte d'Euclide et des Notes: «Tout est nombre» et «La crise des irrationnels».

En deux pages, Paul-Henri CLAVIER réfléchit à voix haute sur «mesurer, compter, calculer, penser» et sur quelques insertions de leurs rapports dialectiques dans l'histoire ancienne.

Michel CINUS, en sept pages suivies de trois de notes, nous initie aux spéculations platonisantes de G. FREGE (1848 - 1925) sur l'idée d'unité.

Jean-Pierre FRIEDELMEYER nous intéresse aux «AIRES: OUTIL HEURISTIQUE - OUTIL DÉMONSTRATIF» (26 pages): Il dénonce d'abord la ten-

dance actuelle au «tout calcul» (numérique ou algébrique) et ses deux «conséquences négatives» importantes:

«1) un éventail restreint de configurations géométriques pour les élèves, tant que le champ des nombres disponibles et de l'outil algébrique ne sont pas suffisamment développés [...]

2) un apprentissage retardé de l'étude des configurations, qui fait que beaucoup d'élèves perdent l'habitude acquise en primaire d'observer des figures géométriques, et sont [ensuite] incapables de faire une démonstration géométrique [...]

Puis J.-P. F propose 20 «activités» sur:

- les principes de la démonstration euclidienne,
- la multicongruence des polygones [découpages en fragments superposables un à un...],
- la quadrature des polygones.

Les dix premières «activités» sont traitées en détail, les dix autres sont proposées en «exercices» ultérieurement corrigés. On y retrouvera des problèmes ou des solutions «historiques», par exemple à propos de la relation de Pythagore ou de la construction, par Abûl Wafâ, d'un carré avec trois carrés égaux donnés.

L'ensemble est captivant à souhait...

Sept pages, surtout de figures: voilà Michel SARROUX qui y donne une *équidécouvrabilité de deux triangles de même «base» et de hauteurs (associées) égales*.

Enfin, Klaus VOLKERT esquisse en six pages une *théorie des notions de mesure et de comparaison* qui culmine en les coupures de DEDEKIND et leur exploitation, pour conclure: «Les nombres réels sont le modèle universel pour l'idée de continuité».

VOLUME 2 : «Il aborde les questions de tangente, de calculs d'aires et volumes sans recours au calcul infinitésimal, mais pour dégager les véritables problématiques originelles, préparer les élèves aux mécanismes du calcul différentiel et intégral et éviter que celui-ci ne se limite à un simple outil formel sans lien avec la réalité».

SIX PARTIES :

1 - *Les lunules d'Hippocrate de Cléopâtre* - 10 pages - 8 exercices corrigés - Deux autres lunules quarrables - En existe-t-il d'autres ? : «question ouverte»! En annexe, construction de longueurs x et y telles que $x - y = a$ et $xy = \text{aire } k$, a et k donnés.

2. *Rectification et quadrature du cercle :* Deux problèmes équivalents ?... Oui..., ce qui est aussi l'occasion de revenir sur π ...

3 - *La méthode des indivisibles* - 12 pages .

Un bref mais clair exposé de la méthode de Cavalieri de comparaison d'aires est suivi de quatre applications, dont une déduction, à partir de l'aire du disque, de celle de l'ellipse. La méthode, infirmée en deux études complémentaires, est aussitôt réhabilitée par l'attribution "d'épaisseurs" à des lignes..., attributions, issues d'un passage à la limite et vestiges de surfaces infiniment petites», dues à Torricelli...Magnifique!

L'article propose ensuite de belles applications - un régal! - de cette méthode-là :

- transformation, par $1/x$ et l'hyperbole associée, d'un $f(ab)$ en $f(a) + f(b)$,
- tangente «à une parabole infinie» ($x^m = ay^n$) - étude de Torricelli -
- recherche de centres de gravité (à partir d'idées de Blaise Pascal)

- aire d'une arche de sinussoïde (idem).

4 - *Tangente à une courbe* - 12 pages - Après un inventaire des émergences, aux XVII^e et XVIII^e siècles, des divers points de vue, le document s'en tient à celui de ROBERVAL : «La tangente à une courbe en un point M est la direction du mouvement de ce point». La brochure en multiplie les applications (avec composition de mouvements) : aux coniques, à la spirale d'Archimède, à la cycloïde, à l'épicycloïde, à la quadratrice d'Hippias. Celle-ci a droit à une étude particulièrement soignée (à partir de sa définition et d'une construction par points accessible au moins dès la Sixième), avec une jolie démonstration par l'absurde, due à PAPPUS.

5 - *La Cycloïde* - 12 pages : Tangente et normale ; équation paramétriques ; pendule cycloïdale de Huygens ; courbe de la plus rapide descente; quadrature de la cycloïde, avec deux méthodes (respectivement inspirées de ROBERVAL et de PASCAL).

6 - *La spirale d'Archimède* - 8 pages - : Tangente [...] ; Aire d'un segment de la spirale selon trois méthodes (ARCHIMEDE, CAVALIERI, nombres complexes).

Cette brochure se clôt par une bibliographie de huit bons titres (où l'on regrette l'absence de la brochure APMEP n°70 sur la trisection de l'angle - mentionnée à propos de la quadratrice).

À l'inverse du volume I, ce volume 2 ne comporte pas de longs développements théoriques. Il n'en est que plus riche, me semble-t-il, en activités et exercices très divers. Bon nombre de ceux-ci sont corrigés. Sinon, la facture de leurs énoncés permet un travail autonome.

Les deux volumes sont très «interactifs». Ils sollicitent constamment le lecteur et s'en font un complice constamment séduit par les méthodes pratiquées et les ouvertures proposées.

Vraiment de beaux ouvrages! Félicitons-en l'équipe des auteurs (qui, en sus de ceux cités dans le Volume 1, comprend aussi M. Krier et A. Stoll). Oui, les enseignants «y trouveront à la fois une réflexion sur les fondements de leur enseignement et des idées d'activités nouvelles»... ainsi, parfois, qu'un support à des travaux interdisciplinaires. Une mine!

Henri BAREIL

Troisième degré et imaginaires

ou «Comment la recherche des solutions des équations du troisième degré a permis la découverte des nombres imaginaires : l'évolution du statut de ces nombres», par J. VERDIER, publication APMEP-Lorraine - IREM. BP 239, 54006 Vandœuvre. Prix : 25F (+ 8F de port)

Brochure de 44 pages en A4. Très bonne présentation.

Le titre est trop restrictif, et même le sous-titre! Il y a bien plus!

Une première partie traite de l'algèbre arabe du IX^e au XII^e siècle : travaux sur le second degré ; les résolutions «graphiques» d'équations du troisième degré, la condition d'existence des racines, un algorithme numérique de résolution... Ces études sont bien présentées, analysées, cadrées.

La deuxième partie est celle de «La renaissance en Italie (XVI^e siècle)» avec les apports de del FERRO, TARTAGLIA, CARDAN, FERRARI, BOMBELLI. NOUS

Bulletin APMEP n° 409 - Avril-Mai 1997

sommes là sur un terrain devenu classique. Mais Jacques VERDIER met bien en évidence les émergences successives de problèmes et de solutions : une vraie fresque par preuves et réfutations!

Une troisième partie, «Le théorème fondamental de l'algèbre et le statut des nombres imaginaires», analyse l'évolution de celui-ci à travers des travaux d'Albert GIRARD, René DESCARTES, d'ALEMBERT, EULER, GAUSS, ARGAND et l'abbé BUÉE... avec une foule d'autres intervenants, soit favorables, soit hostiles... Un aperçu sur les quaternions couronne le tout.

La brochure se clôt par une *bonne bibliographie de 15 titres*. Elle comporte aussi pas mal de "hors textes" reproduisant des citations d'ouvrages d'époque.

Il est difficile d'imaginer ouvrage plus intéressant : il met à la disposition du lecteur une vaste culture, bien structurée sans vaine gloire, qui met constamment en appétit...

De plus, la présentation de l'ouvrage précise : «Cette brochure est destinée aux enseignants de mathématiques, d'une part pour enrichir leur culture personnelle [...], mais aussi, et surtout, pour leur faire pointer du doigt l'histoire de certaines difficultés conceptuelles : certaines difficultés de nos élèves peuvent en effet trouver une explication dans l'étude de l'épistémologie des mathématiques».

J'ajoute que je vois très bien, également, cette brochure dans les bibliothèques de lycée pour les terminales et dans les bibliothèques de Math Sup ou de DEUG.

Henri BAREIL

Atlas des mathématiques

par F. Reinhardt et H. Soeder. La pochette (Le livre de poche) 1997. 502 pages, 149 F.

Ce volume, le septième de la collection ATLAS qui couvre peu à peu toutes les disciplines, est la version française de l'ouvrage allemand en deux tomes «*Atlas zur Mathematik*», paru en 1974. Il a été mis au point par une équipe d'une quinzaine de praticiens dirigée par Jean CUENAT et Jacques DABLANC ; il comporte 25 pages de compléments, de mises à jour et d'ouvertures sur des branches nouvelles.

La présentation matérielle est celle de la collection : illustrations en couleurs, suivant un code précis, sur la page de gauche où se succèdent figures, schémas, diagrammes, tableaux synoptiques, tandis que la page de droite donne définitions, énoncés, démonstrations et remarques. Des tableaux donnent l'articulation des différentes parties ; les symboles et abréviations sont rappelés en six pages et un index de douze contenant à la fois noms propres et noms communs termine l'ouvrage. [Le choix des mathématiciens contemporains est lié au nom d'un théorème, d'une formule ou d'un concept et non à la notoriété : On y trouve B. MANDELBROT, mais ni J.P. KAHANE, ni A. DOUADY, M. FRÉCHET mais pas P. LEVY, et N. BOURBAKI occulte H. CARTAN, J. DIEUDONNÉ et A. WEIL]. Deux pages de bibliographie donnent les ouvrages de référence en langue française.

C'est une entreprise hardie de vouloir rassembler en un seul volume, fût-il de poche, l'essentiel des mathématiques contemporaines et chaque lecteur pourra trouver ici la collation des principaux

résultats qui l'intéressent pour résoudre un problème sans pour autant se plonger dans la lecture détaillée de l'ouvrage. De ce point de vue, celui-ci est beaucoup plus fouillé et complet que la plupart des dictionnaires existants. Il me semble cependant, mais ceci est sans doute un point de vue partiel sinon partial, que la place faite aux mathématiques appliquées (Probabilités, Equations aux dérivées partielles, optimisation) ne correspond pas à leur développement des vingt dernières années et j'ai regretté de n'y trouver aucun énoncé de la loi des grands nombres ni aucun aperçu sur les processus stochastiques. Pourquoi le tableau de la page 12 ne relie-t-il pas théorie de la mesure et calcul des probabilités ?

Les figures sont très claires et m'ont rappelé des ouvrages de Papy qui furent célèbres en leur temps. Par contre, la taille des caractères imposée par le format "de poche" est à la limite de la lisibilité.

Cet ouvrage sera utile aux candidats à l'agrégation qui y trouveront rassemblé l'essentiel des questions à connaître pour les deux premières épreuves écrites et pour l'oral, il rendra aussi de grands services à ceux qui veulent préciser et retrouver un résultat. Souhaitons-lui un grand succès.

P.L. HENNEQUIN

Dictionnaire des techniques quantitatives appliquées aux sciences économiques et sociales,

par Gilles Ferréol, Didier Schlaether, Nadjj Rahmania, Daniel DUVERNEY

400 pages en 17 x 23. Présentation dense mais claire et agréable. En Annexes, 5 pages de tables, un index des noms propres (6 pages), un index des entrées (5 pages). Prix : 185 F.

C'est d'abord un vrai dictionnaire... avec plus de 400 entrées par ordre alphabétique. Mais c'est un dictionnaire superbement construit par ses renvois, corrélats, références bibliographiques énoncées chemin faisant, ... et ses remarquables articles de fond (une cinquantaine) qui «présentent, de manière synthétique, les principaux domaines de recherche : ajustement et corrélation, calcul matriciel, dérivation et intégration, [...], mathématiques financières, [...], statistiques descriptives, théorie des graphes, [...] etc.»

Pour mieux en juger, prenons le début des pages relatives à la lettre A :

- Sont renvoyés à des thèmes généraux (cités, bien sûr), les mots : actif/passif, actualisation (taux d'), agio, Agrégation (problématique de l'), Agrégats, Algorithmes, Amortissements (tableau d'), Amplitude, Analyse combinatoire, Analyse documentaire, Anticipations rationnelles, Arbitrage monnaie-titre, etc.
- Sont, en plus, l'objet d'une bonne notice : Action, Algèbre de Boole, Analyse chartiste (avec trois beaux diagrammes), Auto-consommation.

- Est l'objet d'un article de fond : AJUSTEMENT, CORRÉLATION (Différents types d'ajustement, ... méthode des moindres carrés, ajustements linéarisables, à plusieurs variables, problème de la corrélation, coefficient, corrélation des rangs, entre plusieurs variables. Bibliographie de 6 titres), le tout sur neuf pages, très nourries, très claires, avec 8 graphiques, et l'essentiel bien mis en évidence.

J'étais quelque peu blasé en saisissant le livre pour le lire en vue de cette recension : encore un dictionnaire!... J'ai été d'autant plus sidéré dès que j'ai lu : quel merveilleux dictionnaire!

A recommander chaleureusement, certes, au public concerné, mais aussi, vivement, à un public beaucoup plus large (enseignants de lycée, ingénieurs, décideurs, ...) : il s'agit d'un aspect contemporain fondamental d'une culture générale de qualité.

Henri BAREIL

Comprendre les mathématiques : les 10 notions fondamentales

Claude-Paul Bruter - Ed. Odile Jacob. Octobre 1996 - 298 p., 140 F.

Cet ouvrage au titre ambitieux est destiné à trois catégories de lecteurs : ceux du monde universitaire, en particulier les étudiants qui souhaitent une vision plus globale que celle de leurs cours, les décideurs, en particulier auteurs de programmes, et enfin le public cultivé.

L'ouvrage comporte deux parties d'inégal volume.

La première («Des mathématiques, pourquoi faire?») - 62 pages) purement

littéraire, tente de décrire divers aspects du monde mathématique, de ses origines, de son devenir.

Le premier chapitre (sur la pertinence des mathématiques) examine les relations des maths et des sciences fondamentales, des maths appliquées et des sciences appliquées, les diverses conceptions de l'emploi des maths, les maths et la formation de la pensée, leur pertinence psychologique. Le deuxième (la mathématique science expérimentale) analyse la mathématique comme science de représentation, science d'observation, science active et la place de l'hypothèse et de la preuve.

Le troisième (les leçons pédagogiques d'Henri POINCARÉ) s'interroge sur les buts des mathématiques et de leur enseignement : instruments pour l'étude de la nature, but philosophique, but esthétique, but pédagogique puis, vus par Poincaré, leurs rapports avec les autres sciences, les principes et formes de la pédagogie et se conclut en abordant l'épineuse question du choix des sujets à enseigner.

Le quatrième (Degrés de rationalité en mathématiques) donne des exemples de la démarche de découverte : transfert des propriétés d'un domaine à un autre, sinuosité des processus de reconnaissance d'un objet, concepts-clés : singularité, extrémalité, stabilité, invariance, prise de hauteur pour résoudre un problème.

La deuxième partie («*Faire des mathématiques*», 200 pages) examine successivement "les 10 notions fondamentales" : théorème de Thalès, les deux sources de l'algèbre linéaire, le concept de volume dans un espace vectoriel, la classification des applications linéaires, les prémisses de la géométrie (distances, produits scalaires), les géométries bidimensionnelles (géométrie des surfaces),

le théorème des fonctions implicites, la construction des modèles topologiques, la caractéristique d'Euler-Poincaré, le calcul extérieur et enfin les formes différentiables.

Une cinquantaine de pages sont consacrées à des questions et réponses assez classiques sur les dix chapitres de cette partie illustrée de nombreux croquis et figures, mais où la bibliographie mathématique laisse à désirer.

L'ouvrage se termine par une conclusion : mathématiques, mythe et poésie.

Ce livre, le cinquième écrit par l'auteur à destination d'un large public, révèle sa forte personnalité ; il exprime avec vigueur ses opinions dérangeantes : l'enseignement secondaire «n'en finit pas d'essayer de s'adapter à un enseignement de masse : on a cru nécessaire de sacrifier sur son autel les qualités éprouvées d'une tradition pédagogique»... «l'enseignement de la géométrie classique s'est effondré, dans le post secondaire, il avance pour le moins tristement masqué derrière les paravents du formalisme et du calcul, ce qui, bien sûr, ne peut que précipiter une certaine faillite...»

L'accent est mis très fortement sur la géométrie, ce qu'aurait dû préciser le titre. C'était évidemment une gageure de réduire notre discipline à dix notions fondamentales. Par ailleurs, la bibliographie, si elle est abondante dans les notes de lecture de la seconde partie, en particulier en livres richement illustrés, limite à Poincaré les références pédagogiques, ce qui attristera sans doute nos amis didacticiens.

Paul-Louis HENNEQUIN

Méthodes modernes en Géométrie

par Jean FRESNEL. Ed. Hermann, collection "Formation des enseignants et formation continue"

408 pages en 17,4x24. Prix : 160F

Très bonne présentation en noir et blanc. Bibliographie. Index des notations, index des noms.

Public visé : conçu et rédigé à partir de la longue expérience de l'auteur (professeur à l'Université de Bordeaux où il enseigne la géométrie) des préparations aux concours de recrutement, ce livre s'adresse aux étudiants en licence et en maîtrise qu'un ouvrage de synthèse de géométrie peut aider dans leur formation. A ce titre, il est tout à fait destiné aux candidats aux concours du CAPES et de l'agrégation de mathématiques. Par le parti pris - réussi - d'allier explicitation de fondements les plus complets possibles et illustration par des résultats bien souvent classiques, il s'adresse aussi à tous ceux qui sont intéressés à découvrir les beautés d'une des sciences les plus anciennes et les plus solides. Il faut y voir un ouvrage d'étude : la partie cours où la recherche de concision se conjugue à un exposé sans concessions, difficile parfois, occupe un peu plus de la moitié des pages, la partie exercices est une véritable mine à explorer en maintes recherches.

Quatre chapitres composent l'ouvrage :

Premier chapitre : géométrie affine.

Le chapitre introduit la notion d'espace affine comme ensemble attaché à un espace vectoriel T sur lequel le groupe additif de T opère transitivement et fidèlement. Le calcul barycentrique, l'étude des variétés linéaires, celle des applications affines sont développés. La quatrième

partie du chapitre met en relief en "Quelques résultats de géométrie" les homothéties-translations, les projections, les affinités ; les théorèmes de Thalès, de Ménélaüs, de Pappus, de Desargues sont repris et démontrés dans ce contexte historique.

Deuxième chapitre : géométrie projective.

L'espace projectif attaché à un espace vectoriel est défini comme l'ensemble des droites vectorielles de celui-ci. L'étude des variétés projectives et la mise en relation de la géométrie projective et de la géométrie affine trouve une application rapide dans une nouvelle démonstration des théorèmes de Pappus et de Desargues... dans le cadre projectif, cadre nécessaire pour l'étude en profondeur des cas d'exception rencontrés dans les énoncés affines. La mise en évidence du rôle du birapport, l'étude des coniques du plan projectif puis les coniques du plan affine trouvent ensuite leur place ici.

Troisième chapitre : géométrie euclidienne.

La géométrie euclidienne est naturellement très riche en résultats. Les choix que l'auteur dit s'être résolu à faire allient la représentation des fondements (la notion d'angle en dimension 2 notamment) et le défilé des résultats plus classiques en un chapitre qui prend près de la moitié de l'ouvrage. D'abord, le groupe orthogonal d'espace vectoriel euclidien est représenté dans un cadre général et donne lieu en dimension 2 à l'étude des fondements des angles orientés, non orientés, de droites, de demi-droites : pas moins de cinquante six pages, exercices compris, sont ensuite consacrés à la géométrie du triangle. La géométrie des cercles est ensuite revisitée

dans un cadre élargi englobant notamment les cercles (en dimension 2) et les sphères (en dimension 3) ; le rôle de l'inversion et les faisceaux de cercles sont soulignés. Le chapitre se prolonge dans des développements sur les quadratiques, les coniques, les polyèdres avec notamment la détermination des cinq polyèdres réguliers en dimension 3.

Quatrième chapitre : géométrie non euclidienne.

En un court chapitre, l'interrogation millénaire sur l'axiome des parallèles est reprise. Le plan d'Euclide est d'abord présenté comme satisfaisant, avec ses droites, à cinq axiomes. Il est plan euclidien. Ensuite le plan hyperbolique est construit pour montrer qu'il satisfait à tous les axiomes, excepté celui des parallèles.

Les exercices sont nombreux et riches en surprises. Certains interviennent en complément du cours, d'autres reprennent des thèmes classiques incontournables... nombre d'entre eux sont donnés avec des éléments de solution qui sont autant de balises pour mettre à l'épreuve les concepts présentés.

Au fil des pages, les notes historiques, brèves mais toujours bien à propos, les comparaisons avec des points de vue voisins ou différents dans des ouvrages sur le même sujet, les entrées dans les chapitres qui en résument à traits pleins les contours, les fiches présentant les diverses classifications faites, la grande qualité des figures, les digressions de nature culturelle construisent un véritable plaisir de lire et d'étudier ce livre de grande Géométrie. Un beau livre!

Jean AYMÈS

L'enseignement de l'algèbre linéaire en question

par Jean-Luc Dorier (avec des contributions de G. HAREL, J. HILLEL, M. ROGALSKI, J. ROBINET, A. ROBERT, A. SIERPINSKI ... et une préface d'A. REVUZ)

La Pensée Sauvage éd., février 1997, 331 pages, Prix : 250F.

L'algèbre linéaire constitue un chapitre central de la première année de DEUG après avoir figuré en bonne place dans les programmes des lycées où subsistent la géométrie vectorielle élémentaire et l'introduction aux systèmes linéaires. Rencontrant pour la première fois la présentation axiomatique d'une théorie, les étudiants y éprouvent de nombreuses difficultés. Il y a de plusieurs années déjà que le groupe INTEREM-Universités s'est penché sur ce problème et que beaucoup de chercheurs en didactique en ont fait un objet d'étude, tant en France qu'à l'étranger.

L'ouvrage, très riche en références et très précis dans le compte rendu des expériences, comporte deux parties :

La première (100 pages) présente une lecture épistémologique de la genèse de la théorie des espaces vectoriels : le premier chapitre (origines analytique et géométrique) examine successivement les systèmes d'équations linéaires numériques, les relations sinusoïdales de la géométrie et de l'algèbre linéaire, le rôle de GRASSMANN dans les premières ébauches axiomatiques, la première phase d'unification des problèmes linéaires en dimension finie autour du concept de déterminant ; le second chapitre précise les enjeux dans l'élaboration d'une théorie formelle de type axiomatique. Il décrit

Bulletin APMEP n° 409 - Avril-Mai 1997

les tentatives de PÉANO, PINCHERLE, WEYL, DEDEKIND, la construction de "l'algèbre moderne" telle que VAN DER WERDEN devait la présenter en 1930 puis l'utilisation des méthodes géométriques en analyse fonctionnelle (HILBERT, SCHMIDT, FRÉCHET, BANACH, FREDHOLM, RIESZ...) dans les dix premières années du siècle et, en épilogue, la démarche Bourbakiste.

La deuxième partie (200 pages) est consacrée à la didactique. Les expériences relatées ont été menées depuis dix ans en France (Lille et Paris), aux USA et au Canada. Le premier chapitre (l'obstacle du formalisme) montre les difficultés des étudiants à maîtriser les notations et les concepts de la logique élémentaire même à la fin de la première année ; le second s'interroge sur les niveaux de conceptualisation dans le second degré ; le troisième décrit en détail l'expérience de Marc Rogalski à Lille ; le quatrième définit avec soin un outil pédagogique puissant : "le levier META". Il s'agit du recours dans l'enseignement à des éléments d'information ou de connaissances SUR les mathématiques [réflexion épistémologique, nature des concepts, changements de point de vue]. En exemple, on donne la formule d'interpolation de Grégory. Les quatre chapitres suivants présentent d'autres travaux récents.

En conclusion, les auteurs soulignent qu'ils n'ont jamais eu l'intention de prescrire un type de solution miracle mais au contraire de laisser le maximum de portes ouvertes à des options différentes. Ils ont surtout souhaité amener tous les enseignants concernés à une prise de conscience de la nature de certaines difficultés.

L'ouvrage se termine par une biblio-

graphie historique (130 titres), une autre sur la didactique de l'algèbre linéaire (30 titres) et une troisième plus générale (60 titres).

Un index historique, un autre sur les noms propres, un troisième, très complet, des thèmes abordés faciliteront la recherche d'un point précis. Regrettons quelques coquilles, en particulier dans les énoncés mathématiques.

Voilà un ouvrage passionnant pour tous les enseignants de mathématiques, en particulier ceux du DEUG, et pour les candidats à l'agrégation et au CAPES.

Paul-Louis HENNEQUIN

DESCARTES: construire la connaissance

CDROM PC - Espace Mendès-France et Cosei. Poitiers - 1996. Prix : 229F.

L'année 1996 a été marquée par le quatrième centenaire de la naissance de Descartes. Un tel événement ne pouvait passer inaperçu. Mais, pour notre part, nous garderons le souvenir de l'excellent CDROM «*Descartes, construire la connaissance*» fruit de la collaboration du Cosei de Poitiers et de l'Espace Mendès-France. Placée sous la direction de Jean DHOMBRES, Directeur de Recherches en Histoire des Sciences, et avec la participation de nombreux spécialistes, la réussite de cette production était assurée. Les participants aux journées nationales de l'APMEP à Albi ont pu en apprécier les qualités. Nous voulons insister ici plus particulièrement sur les aspects mathématiques de ce document.

En effet, pour «construire notre connaissance», sept parcours nous sont proposés :

- la "vie de Descartes" traitant en particulier de ses racines, de son enfance, ses études, sa retraite en Hollande et son séjour en Suède ;
- "l'Europe au pluriel" où nous pouvons découvrir les épisodes de la Guerre de Cent ans ou nous initier à l'art baroque ;
- "chercher les causes premières" où nous hésitons entre le doute, le cogito sans oublier les preuves de l'existence de Dieu ;
- "mécaniser le vivant" qui nous ouvre des perspectives sur la médecine du XVIIe siècle ou encore l'animal-machine ;
- "expliquer la nature" qui devrait aussi réjouir nos collègues physiciens puisque ce parcours rassemble les lois du mouvement, de l'optique, l'étude des lentilles, de l'arc-en-ciel ou des astres ;
- "savoir être content" qui, en ces temps de morosité, nous aide à mieux discourir sur les passions, la morale et, bien sûr, le bonheur ;
- enfin "résoudre tous les problèmes" auquel nous nous attachons plus particulièrement. Le programme est vaste puisque les auteurs nous invitent à découvrir
 - la méthode en mathématiques ;
 - les courbes ;
 - les polyèdres ;
 - les équations ;
 - et les notations algébriques.

Détaillons un peu ici seulement ce dernier parcours divisé en trois parties :

- lire la Géométrie de Descartes ;
- lire l'algèbre de l'époque ;
- découvrir les étapes des notations algébriques à travers des écrits de Diophante, Bombelli, Viète et Descartes.

Le propos ne se limite pas seulement au seul Descartes. Mais lors d'un extrait de sa Géométrie nous avons un prétexte à jouer avec les notations pour essayer de remplacer celles adoptées par Descartes à l'aide de celles que nous utilisons aujourd'hui. Nous pouvons approfondir notre connaissance en examinant d'autres écrits de Descartes ou des extraits d'œuvres de HARRIOT ou BEAUGRAND. Ainsi les notations vivent et nous pouvons constater leurs évolutions au cours des âges : tour à tour, d'autres auteurs comme Clavius ou Viète, entrent en lice. Les textes sont clairs et bien choisis et, après avoir effectué la totalité du parcours, nous pouvons mieux saisir la portée de leur signification : nous sommes en présence d'un CDROM et c'est peu à peu, par des allers et retours, que nous y arrivons. Ainsi, par exemple, le texte de BOMBELLI nous rappelle la résolution des équations du troisième degré à l'aide des formules de CARDAN, ce qui nous permet, ailleurs, de comprendre certains calculs relatifs à quelques résolutions d'équations de ce type. Bien sûr, il ne saurait ici être question de traiter complètement de l'évolution des notations algébriques, d'autres ouvrages comme celui de Florian CAJORI "A history of mathematical notations", récemment réédité chez Dover, peuvent être consultés sur ce sujet. Mais l'essentiel de l'information est donné et celle-ci pourra être très utilement proposée aux élèves de collège ou de lycée. Certains auteurs sont aussi enseignants et ils sauront nous en préciser l'usage dans nos classes. En attendant, nous le recommandons vivement à tous ceux qui veulent parfaire leur connaissance mathématique. Le champ de l'histoire des sciences est largement ouvert pour que

nous nous permettons aussi d'engager vivement les auteurs à poursuivre dans la voie qu'ils viennent d'ouvrir.

Michel GUILLEMOT

Un mathématicien aux prises avec le siècle

Laurent SCHWARTZ. Ed. Odile Jacob. Février 1997 - 528 p., Prix : 160F

Laurent Schwartz est d'abord et avant tout un grand mathématicien, lauréat de la médaille Fields, professeur successivement dans des universités de province, à la Sorbonne et à l'Ecole Polytechnique, animateur, avec ses élèves, de nombreux séminaires. Il a joué un rôle prépondérant dans l'histoire de notre discipline et de ses applications depuis plus de soixante ans et contribué, parmi les tout premiers, à son extraordinaire développement. Très nombreux sont les membres de notre association qui ont été ses élèves ou ceux de ses disciples ou qui l'ont écouté, ne fût-ce qu'une seule fois, et qui n'oublient pas l'extrême félicité qui envahit ses auditeurs devant l'élégance de ses propos et la clarté de ses démonstrations, leur découvrant dans une illumination immédiate des résultats restés jusque là obscurs ou inaccessibles pour eux. On retrouve ce plaisir à le lire dans cet ouvrage qui balaie tout le siècle.

Il commence par une introduction idyllique consacrée au "Jardin d'Eden", la propriété d'Autouillet qu'il fréquente avec ses deux frères Daniel et Bertrand depuis sa plus tendre enfance et dont il connaît chaque arbre, chaque oiseau, chaque papillon.

Suivent, chacune dans l'ordre chronologique, trois parties :

- *les années de jeunesse (1915-1944)* : la révélation des mathématiques, norma-

lien et amoureux, trotskiste, un chercheur dans la guerre, la guerre aux juifs.

- *au seuil de la science (1945-1980)* : l'invention des distributions, militer-enseigner-chercher, une reconnaissance internationale, la réforme de l'Ecole Polytechnique.

- *au cœur du combat politique (1955-1997)* : l'engagement algérien, pour un Viêt-nam indépendant, la lointaine guerre afghane, le comité des Mathématiciens.

Evoquant de nombreux mathématiciens, ceux qui, comme Jacques HADAMARD ou Paul LEVY ont marqué le siècle comme ceux qui, fauchés par la guerre ou persécutés, n'ont pu mener leur œuvre à son terme, racontant en détail l'influence sur ses recherches de telle ou telle rencontre, il explique les démarches qui l'ont conduit à ses principales découvertes, la genèse des concepts qui apparaissent tout d'un coup, tels une cristallisation après une longue maturation, son influence sur de nombreux chercheurs tant en mathématiques pures qu'en mathématiques appliquées. Il situe l'apport de Bourbaki, la naissance de nouveaux domaines, l'échec des "mathématiques modernes", les erreurs de certaines réformes universitaires, et souligne la difficulté de faire évoluer des citadelles enseignantes, comme l'Ecole Polytechnique.

Loin de s'isoler du monde dans sa recherche mathématique, Laurent Schwartz est, dès son entrée à l'E.N.S. en 1934, sensible aux problèmes politiques qu'il découvre alors et analyse en trotskiste les mouvements et soubresauts qui ont conduit inéluctablement l'Europe puis le monde entier à la guerre. Il vit les dernières années de celle-ci en se cachant et ne survit dans la clandestinité

Bulletin de l'APMEP n°409 - Avril/Mai 1997

que grâce à une vigilance de chaque instant.

Après la guerre, son combat politique le mène à la pointe de la lutte contre les injustices et les tortures en Algérie (affaire Audin) au Viêt-nam, en Afghanistan, puis en Union Soviétique et il assume, choisi pour sa parfaite intégrité et sa grande rigueur morale la présidence de nombreux comités

Profondément personnel et dans un souci permanent d'écoute et d'ouverture

aux autres, ce livre apporte une riche contribution à notre histoire, celle de notre discipline, de l'enseignement supérieur, mais aussi de notre société, de ses violences et de ses contradictions.

Il est difficile de ne pas laisser passer quelques coquilles dans un livre aussi dense ; citons la plus savoureuse p. 244, qui attribue à Schwartz et non à Schwarz le théorème d'interversion des dérivations (il est vrai que pour les distributions, il est dû à L.S.).

Paul-Louis HENNEQUIN