

Baccalauréat ES Amérique du Nord 27 mai 2011

EXERCICE 1

5 points

Commun à tous les candidats

EXERCICE 1 (4 points) Commun à tous les candidats

L'exercice suivant est un Q. C.M (questionnaire à choix multiples) Pour chaque proposition choisir l'unique bonne réponse sachant qu'une bonne réponse rapporte un point et que l'absence de réponse ou une réponse fautive ne rapporte ni n'enlève aucun point. Aucune justification n'est demandée. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = xe^{-x}$ La courbe représentative de f est tracée dans le repère ci-dessous :

La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 a pour équation : a) $y=x$ b) $y=2x$ c) $y=-x$ 3) Une primitive F de f est définie sur \mathbb{R} par : a) $F(x) = k e^{-x}$ b) $F(x) = -(1+x)e^{-x}$ c) $F(x) = x e^{-x}$

4) La valeur de $\int_0^1 f(x) dx$ est : a) Négative b) Inférieure à 1 c) Supérieure à 3

1

EXERCICE 2 (5 points) Commun à tous les candidats.

Pied du glacier en 1900 Le glacier d'Aletsch, classé à l'UNESCO, est le plus grand glacier des Alpes, situé dans le sud de la Suisse, il alimente la vallée du Rhône. Pour étudier le recul de ce glacier au fil des années, une première mesure a été effectuée en 1900 : ce glacier mesurait alors 25,6 km. Des relevés ont ensuite été effectués tous les 20 ans : le recul du glacier est mesuré par rapport à la position où se trouvait initialement le pied du glacier en 1900 (voir dessin ci-contre) Les mesures successives ont été relevées dans le tableau ci-dessous. On note t la durée, en années, écoulée depuis 1900, et r le recul correspondant, mesuré en kilomètres. Année de mesure : 1900 1920 1940 1960 1980 2000 Durée t écoulée (depuis 1900) : 0 20 40 60 80 100 Recul r (en km) : 0 0,3 0,6 1 1,6 2,3 Mesures déduites de : The Swiss Glaciers, Yearbooks of the Glaciological Commission of the Swiss Par exemple, en 1940 ($t=40$), le recul du glacier par rapport à 1900 a été de 0,6 km : la longueur du glacier était donc de $25,6 - 0,6 = 25$ km. Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10⁻³ près. **Partie A** Étude d'un modèle affine 1) Tracer le nuage de points dans le repère donné en annexe (Durée t en abscisse, distance r en ordonnée). 2) À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés de r en fonction de t , puis tracer cette droite dans le repère précédent. À partir du modèle affine obtenu précédemment, estimer par le calcul : Le recul puis la longueur du glacier en 2011. L'année de disparition du glacier (arrondir à l'unité). 11MAESOANI 2

Partie B Utilisation d'un modèle exponentiel Le résultat du 3.b) de la partie A étant peu en accord avec la plupart des autres études, les glaciologues considèrent un autre modèle : le modèle exponentiel. On pose $y = \ln(r)$. On rappelle que $\ln(r)$ désigne le logarithme népérien du recul r . 1) Recopier puis compléter le tableau suivant sur votre copie (pour permettre le calcul de y , la durée 0 de l'année 1900 a été exclue du tableau. Durée t (à partir de 1900) 1 20 40 1 60 80 1 100 $y = \ln(r)$ 1

1

2) a) À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés de y en fonction de t . b) Déduire que $r(t) = e^{0,025 t - 1,599}$. En utilisant le modèle obtenu précédemment, estimer par le calcul : Le recul puis la longueur du glacier en 2011. L'année de disparition du glacier (arrondir à l'unité). 11MAESOANI 3

EXERCICE 3 (5 points) Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10⁻³ près.

On rappelle que si A et B sont deux événements d'un ensemble probabiliste, avec A de probabilité non nulle, la probabilité de B sachant A est le réel noté $P(B|A)$. L'asthme est une maladie inflammatoire chronique des voies respiratoires en constante augmentation. En France les statistiques font apparaître que, parmi les adultes, environ 4 femmes sont asthmatiques.

Dans la population française, on considère l'ensemble des couples homme-femme. Partie A Étude de l'état d'asthme du couple On note : H l'événement : «L'homme est asthmatique », et F l'événement : «La femme est asthmatique» On admet que les événements H et F sont indépendants. 1) Recopier et compléter/e l'arbre de probabilités ci-contre.

On note les événements : A : «Aucun des deux adultes du couple n'est asthmatique» B : «Un seul des deux adultes du couple est asthmatique» C : «Les deux adultes du couple sont asthmatiques» Montrer que : $P(A) = 0,912$; $P(B) = 0,086$; $P(C) = 0,002$.

Partie B Étude de la transmission de l'asthme au premier enfant Les études actuelles sur cette maladie montrent que : Si aucun des parents n'est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,1. Si un seul des parents est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,3. Si les deux parents sont asthmatiques, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,5. On note E l'événement : « Le premier enfant du couple est asthmatique» 1) Représenter sur votre copie puis compléter l'arbre de probabilités ci-contre. 2) Montrer que $P(E) = 0,118$. 3) Calculer $P(B|A)$ et interpréter le résultat.

4) Quelle est la probabilité qu'un enfant non asthmatique ait au moins un de ses parents asthmatiques ? (Indication : on pourra chercher à calculer l'événement contraire)

3) Calculer $P(B|A)$ et interpréter le résultat.

II MAESOANI 4

EXERCICE 4 (6 points) Commun à tous les candidats Un supermarché souhaite acheter des fruits à un fournisseur. Ce fournisseur propose des prix au kilogramme, dégressifs en fonction du poids de fruits commandé. Pour une commande de x kilogrammes de fruit, le prix $P(x)$ en euros du kilogramme de fruits est , $x+300$ donne parla formule : $P(x) = \frac{1}{x+300}$ pour $x \in [100; +\infty[$. Par exemple si le supermarché achète 300 kilogrammes de fruits, ces fruits lui sont vendus $P(300) = \frac{1}{300+300} = 1,5$ euros le kilogramme. Dans ce cas, le supermarché devra payer $300 \times 1,5 = 450$ euros au fournisseur pour cette commande. Partie A Etude du prix P proposé par le fournisseur 1)

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$. 2) Montrer que $P'(x) = -\frac{1}{(x+300)^2}$.

Partie C Étude de différentes situations Les questions suivantes peuvent être traitées indépendamment les unes des autres. 1) Le magasin dispose d'un budget de 900 euros pour la commande de fruits : Préciser, au kilogramme près, le poids maximum de fruits que le magasin peut commander sans dépasser son budget. On justifiera la réponse. 2) On rappelle que la valeur moyenne M d'une fonction f définie et continue sur un intervalle [a ; b] est donnée par la formule $M = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$. Le supermarché estime acheter régulièrement entre 400 et 600 kilogrammes de fruits à ce fournisseur. Déterminer la valeur moyenne de S sur [400 ; 600] et donner le résultat arrondi à l'unité. 11 MAES OAN 1 6

ANNEXE (à rendre avec la copie) Exercice 2

EXERCICE 3 (5 points) Candidat ayant suivi l'enseignement de spécialité Partie A Etude d'un site Un site internet comporte 8 pages, notées A, B, C, D, E, F, G, H reliées entre elles suivant le graphe ci-contre. Ainsi, par exemple, à partir de la page A on peut directement accéder aux pages B, C et D. Par contre, la page A ne permet pas d'accéder directement à la page F. 1) Le technicien souhaite tester les liens de pages. En partant de la page A, est-il possible de trouver un parcours passant une seule fois par tous les liens de pages ? Justifier la réponse. 1!;

2) Pour marquer les changements de page, l'administrateur du site souhaite que deux pages reliées aient des couleurs différentes. On note N le nombre minimum

de couleurs nécessaires. Donner un sous-graphe complet d'ordre maximal. En utilisant la question 2) a) et à l'aide d'un algorithme, montrer que $N = 3$.
Partie B Etude de Propagation d'un virus d'un site à l'autre Le . site précédent, appelé site N°1, propose un unique lien vers un site partenaire, appelé Site N°2, sans retour possible. De même, le site N°2 propose un unique lien vers un site N°3, sans retour possible et ainsi de suite ... (voirie schéma ci-dessous) : Site N°1 -> Site N°2 -> Site N°3 -> ... -> Site N°n -> Site N°n+1 -> ... Le site N°1 vient d'être infecté par un virus informatique qui utilise les liens entre les sites pour essayer de se propager, les autres sites n'étant pas encore touchés. Face à ce nouveau virus, les antivirus ne sont efficaces qu'à 80%, *l'état des sites est sain (non infecté par le virus) On adessinéci – dessous le graphe probabiliste traduisant les risques de propagation du virus d'un site au suivant :*