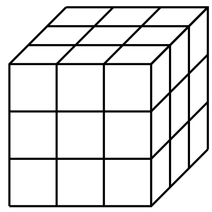
# Baccalauréat STL Métropole juin 2000
# Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Durée : 3 heures Coefficient : 4

**EXERCICE 1** **4 points**

Un cube de bois de 3 cm est peint puis débité, parallèlement aux faces, en cubes de 1 cm d'arête.
On place les petits cubes dans un sac.



1. **a.** Combien de petits cubes a-t-on placé dans le sac ?
   **b.** Combien y-en-a-t-il ayant zéro face peinte, une face peinte, deux faces peintes, trois faces peintes ?
2. On tire au hasard, un cube du sac.
   Soit $X$ la variable aléatoire qui, à chaque tirage associe le nombre de faces peintes obtenues.
   Donner la loi de probabilité de $X$.
   Calculer l'espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$, la variance $\mathrm{V}(X)$ puis l'écart-type $\sigma(X)$.

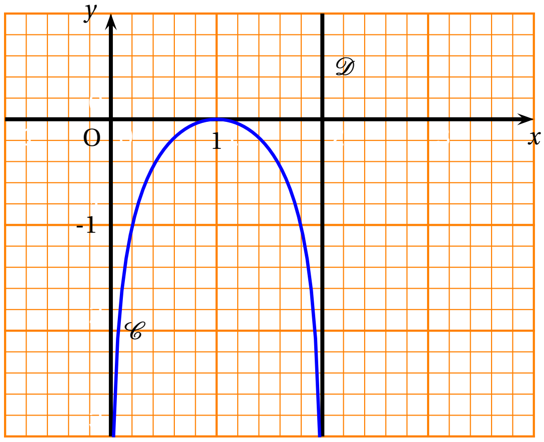
**EXERCICE 2** **4 points**

Dans le plan complexe muni du repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère les points A et M d'affixes respectives $z_{\mathrm{A}} = 1 + \mathrm{i}$ et $z_{\mathrm{M}} = \sqrt{2} + z_{\mathrm{A}}$.

1. Calculer OA, puis placer les points A et M.
2. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle approprié, calculer OM et en déduire $|z_{\mathrm{M}}|$.
3. Soit $Z$ le nombre complexe tel que $Z = z_{\mathrm{M}}^2$.
   **a.** Calculer $z_{\mathrm{A}}^2$ puis montrer que $z_{\mathrm{M}}^2 = \left(2\sqrt{2} + 2\right)(1 + \mathrm{i})$.
   **b.** En déduire un argument de $z_{\mathrm{M}}^2$ puis un argument de $z_{\mathrm{M}}$.

**PROBLÈME** **12 points**

On considère la fonction $f$ définie sur l' intervalle $]0\,;\,2[$, dont la courbe représentative $\mathscr{C}$, dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, est la suivante :




La droite $\mathscr{D}$ a pour équation $x = 2$.

**Partie A**

Le but de cette partie est de déterminer $f$ sachant que $f(x)$ est de la forme $\ln\left(ax^2 + bx\right)$ où $a$ et $b$ sont des nombres réels non nuls.

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{2ax + b}{ax^2 + bx}$.
2. Sachant que la courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A de coordonnées $(1\,;\,0)$ où elle admet une tangente horizontale , déterminer $a$ et $b$.

**Partie B : Étude de la fonction *f***

Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 + 2x$ et $f$ la fonction définie sur $]0\,;\,2\,[$ par $f(x) = \ln g(x)$.

1. **a.** Étudier le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de $x$.
   **b.** Déterminer la limite de $g(x)$ lorsque $x$ tend vers 0, puis la limite de $f(x)$ lorsque $x$ tend vers 0.
   **c.** Déterminer la limite de $g(x)$ lorsque $x$ tend vers 2, puis la limite de $f(x)$ lorsque $x$ tend vers 2.
   **d.** En déduire les équations des asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$.
2. Calculer $g'(x)$ puis montrer que $f'(x) = \dfrac{-2x + 2}{g(x)}$.
3. Étudier le signe de $f(x)$, puis dresser le tableau de variations de $f$.

**Partie C : Calcul d'aire.**

1. Soit $F$ la fonction définie sur $]0\,;\,2[$ par

$$F(x) = x\ln x + (x-2)\ln(2-x) - 2x.$$

   Montrer que $F$ est une primitive de $f$ sur $]0\,;\,2[$.
2. Calculer la valeur exacte, en unité d'aire, de l'aire $\text{A}(\alpha)$ de la partie du plan comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \alpha$ et $x = 1$.
   En déduire $\lim\limits_{\alpha \to 0} \text{A}(\alpha)$, puis son arrondi d'ordre 2.