Durée : 4 heures

Baccalauréat Khmer[1] juin 1969

EXERCICE 1

1er sujet
Construire, dans un repère orthonormé, le graphe de la fonction

$$y = 2\sin^2 x - 2\sin x - 1.$$

2e sujet
Déterminer, dans un repère orthonormé, les foyers, le centre et les axes de la conique d'équation

$$9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0.$$

3e sujet
Déterminer les progressions géométriques de sept termes (à termes réels) telles que la somme des trois premiers termes est égale à 2 et la somme des trois derniers termes est égale à 1 250.

EXERCICE 2

On considère l'application qui, à tout nombre complexe z différent de -1, associe le nombre Z défini par

$$Z = \frac{z^2 + 5z\,6}{z+1} \quad (z \neq -1).$$

1. Déterminer les constantes a et b telles que

$$Z = z + a + \frac{b}{z+1}.$$

2. On suppose que z décrit le corps des réels (sauf la valeur -1).

a. Étudier les variations de la fonction qui, à tout z, fait correspondre Z. Représenter le graphe, (H), de cette fonction par rapport à un repère orthonormé (Oz, OZ).

b. Soit C le point de rencontre des asymptotes de (H), $\vec{\imath}$ le vecteur unitaire de Oz, $\vec{\mathrm{I}}$ le vecteur unitaire de OZ, $\vec{\jmath}$ le vecteur unitaire défini par $\left(\vec{\imath}, \vec{\jmath}\right) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ dans le plan zOZ.

Exprimer le vecteur $\vec{\imath}$ en fonction de $\vec{\jmath}$ et $\vec{\mathrm{I}}$.

Si M est un point de (H), exprimer le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{C}M}$ sous la forme

$$\overrightarrow{\mathrm{C}M} = u\vec{\jmath} + v\vec{\imath},$$

où u et v sont des fonctions de z, que l'on demande de déterminer.

En déduire que (H) est une hyperbole, dont on demande de calculer la distance focale.

3. On suppose que z décrit le corps des complexes (sauf la valeur -1) et l'on pose

$$z = x + \mathrm{i}y, Z = X + \mathrm{i}Y.$$

1. Le programme de ce baccalauréat et la nature des épreuves ne sont pas les mêmes que ceux du baccalauréat français.

a. Déterminer X et Y en fonction de x et y.

b. Au nombre complexe z on associe son image, $P(x~;~y)$, dans le plan complexe. Quel est l'ensemble des points P tels que Z soit réel ?

Donner alors, suivant les cas trouvés, l'expression de Z en fonction de la seule abscisse, x, du point P.

4. On suppose que z décrit le corps des rationnels sauf la valeur -1.

a. Démontrer que, si Z est entier, z est nécessairement entier (on prendra z sous forme d'une fraction irréductible).

b. Déterminer tous les entiers z tels que Z soit entier. (Il s'agit, dans les deux dernières questions, d'entiers relatifs.)