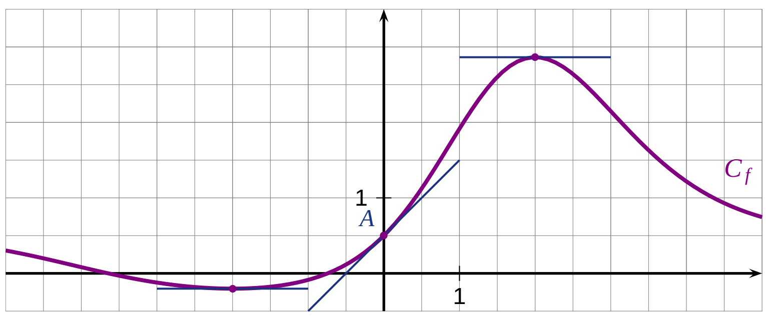
EXERCICE 1 (3 *points*) **COMMUN À TOUS LES CANDIDATS**

Chaque question comporte trois affirmations, une seule des trois est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justifier votre choix.
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point ; une mauvaise réponse retire* 0,25 *point ; l'absence de réponse donne* 0 *point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La figure ci-dessous montre une partie de sa courbe représentative $\left(C_f\right)$ dans un repère orthonormal.
On dispose des renseignements suivants sur la fonction f et la courbe $\left(C_f\right)$:

- la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[-2; 2]$, elle est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty; -2]$ et sur l'intervalle $[2; +\infty[$;
- la droite d'équation $y = 0,5$ est asymptote à la courbe $\left(C_f\right)$ en $-\infty$ et en $+\infty$;
- la tangente en $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ à la courbe $\left(C_f\right)$ passe par le point de coordonnées $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.



1) Sur $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 0,49$ admet :
   - une solution
   - deux solutions
   - trois solutions

2) On note f' la dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$. La fonction f' est :
   - croissante sur $[0; 2]$
   - positive sur $[-2; 2]$
   - positive sur $[0; +\infty[$

3) La tangente en A à la courbe $\left(C_f\right)$ a pour équation :
   - $y = 0,5x + 1$
   - $y = x + 0,5$
   - $y = 1,5x + 0,5$

4) Si F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ alors :
   - $F'(0) = 0,5$
   - F est croissante sur $]-2; 0]$
   - $F'(2) = 0$

5) On note g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(f(x)\right)$:
   - $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$
   - $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$
   - $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\ln 2$

6) On note g' la dérivée de la fonction g sur $[0; +\infty[$:
   - $g'(0) = 0$
   - $g'(0) = 2$
   - $g'(0) = \ln 0,5$

EXERCICE 2 (4 *points*) **COMMUN À TOUS LES CANDIDATS**

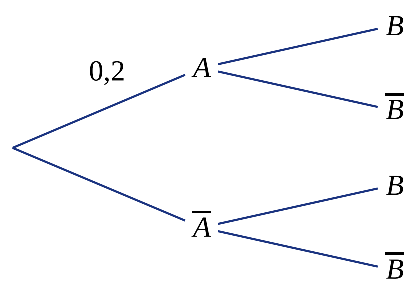
Une revue professionnelle est proposée en deux versions : une édition papier et une édition électronique consultable via internet. Il est possible de s'abonner à une seule des deux éditions ou de s'abonner à l'édition papier et à l'édition électronique.

L' éditeur de la revue a chargé un centre d'appel de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels.
On admet que lorsqu'un lecteur potentiel est contacté par un employé du centre d'appel, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition papier est égale à 0,2 ; s'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à 0,4 ; s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à 0,1.

Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel.

On note :
– A l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier »,
– B l'évènement « la personne s'abonne à l'édition électronique »,
– $\overline{A}$ l'évènement contraire de A, $\overline{B}$ l'évènement contraire de B.

1) a. Reproduire et compléter l'arbre suivant :



b. Donner la probabilité de $\overline{B}$ sachant A et la probabilité de $\overline{B}$ sachant $\overline{A}$.

2) a. Calculer la probabilité que la personne contactée s'abonne à l'édition papier et à l'édition électronique.

b. Justifier que la probabilité de l'évènement B est égale à 0,16.

c. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

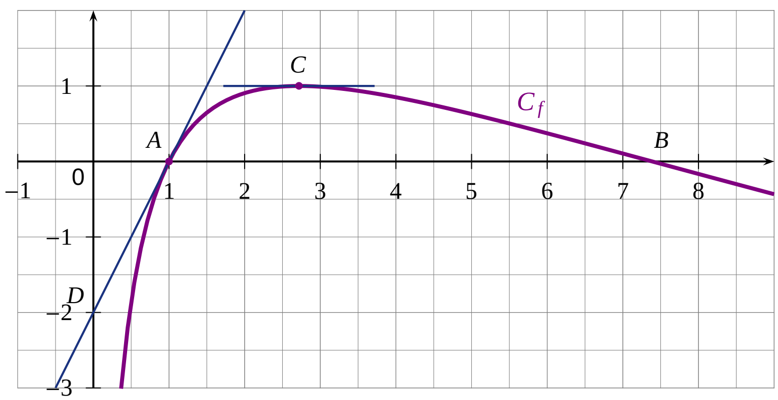
3) On suppose que la personne contactée s'est abonnée à l'édition électronique. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à l'édition papier ?

EXERCICE 3 (5 *points*) **CANDIDATS N'AYANT PAS SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**

On admettra que les fonctions considérées dans cet exercice sont dérivables sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = (2 - \ln x)\ln x.$$

La figure ci-dessous donne la courbe représentative $\left(C_f\right)$ de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$
La courbe $\left(C_f\right)$ coupe l'axe des abscisses en $A(1;0)$ et en B.
La tangente en C à la courbe $\left(C_f\right)$ est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente en A à la courbe $\left(C_f\right)$ coupe l'axe des ordonnées en D.



1) Déterminer l'abscisse du point B (la valeur exacte est demandée).

2) a. Calculer la limite de f en 0, en donner une interprétation graphique.
   b. Calculer la limite de f en $+\infty$.

3) On note f' la fonction dérivée de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
   a. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$,

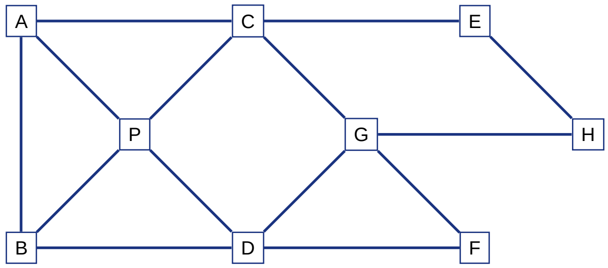
$$f'(x) = \frac{2(1 - \ln x)}{x}$$

   b. Déterminer les coordonnées du point C et l'ordonnée du point D (les valeurs exactes sont demandées).

4) Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 3 (5 *points*) **CANDIDATS AYANT SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**

Dans le graphe ci-dessous, les sommets représentent différentes zones de résidence ou d'activités d'un quartier. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une voie d'accès principale entre deux lieux correspondants.



Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes. Toutes les réponses devront être justifiées.

1) La municipalité décide de planter des arbres dans chaque zone, de manière à ce que dans deux zones, reliées entre elles par une voie d'accès principale les espèces plantées soient d'essence différente. Pour des raisons d'entretien, il est préférable que le nombre d'essences plantées soit le plus petit possible.

   On note V le nombre de variétés d'arbres qu'il faut utiliser.

   a. Donner un encadrement de V.

   b. Quel nombre minimal d'essences différentes faudra-t-il planter ?

2) Pour sa campagne électorale, un candidat souhaite parcourir toutes les voies d'accès principales de ce quartier sans emprunter plusieurs fois la même voie.

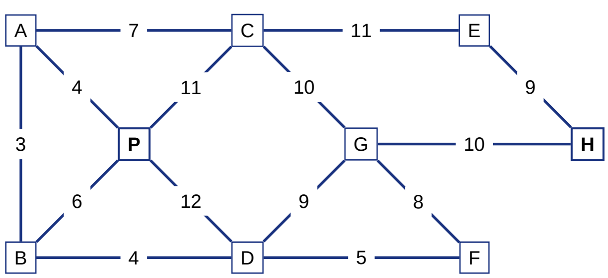
   a. Montrer qu'un tel parcours est possible.

   b. Un tel parcours est-il possible pour ce candidat en partant de sa permanence électorale située en P ? si oui le donner, sinon proposer un parcours possible en partant d'un autre endroit.

3) Un candidat aux élections municipales se trouve dans sa permanence située en zone P quand on lui rappelle qu'il a un rendez-vous avec le responsable de l'hôpital situé en zone H.

   a. Quel est le nombre minimal de voies d'accès principales que ce candidat devra emprunter pour arriver à son rendez-vous ?

   b. Le graphe pondéré ci-dessous donne, en minutes, les durées moyennes des trajets existants entre les différents lieux :



   En précisant la méthode utilisée, déterminer le plus court chemin que ce candidat devra emprunter pour arriver à son rendez-vous.

   Combien de temps faut-il prévoir pour effectuer ce trajet ?

EXERCICE 4 (8 *points*) **COMMUN À TOUS LES CANDIDATS**

Le but de cet exercice est d'étudier l'évolution du prix d'une matière première.
On ne fera qu'un seul graphique qui sera complété tout au long des questions.

Partie A

Le tableau suivant donne le prix d'une tonne de matière première en milliers d'euros au 1er janvier de chaque année :

Année	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3
Prix d'une tonne en milliers d'euro y_i	6,48	5,74	5,19	5,01

1) Sur la copie, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;y_i)$, le plan étant rapporté a un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 2 cm pour un millier d'euros sur l'axe des ordonnées).

2) Dans cette question, on envisage un ajustement affine pour modéliser l'évolution du prix de cette matière première.
   a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, et la tracer sur le graphique précédent (les calculs seront effectués à la calculatrice et les résultats seront donnés à 10^{-3} près).
   b. En supposant que cet ajustement affine reste valable pour les années suivantes, quel serait le prix d'une tonne de matière première au 1er janvier 2005 ?

Partie B

En fait, à partir de l'année 2001, le prix d'une tonne de cette matière première commence à remonter, comme le montre le tableau suivant :

Année	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	3	4	5	6
Prix d'une tonne en milliers d'euro y_i	5,01	5,10	5,20	5,52

1) Placer sur le graphique de la **partie A** les points associés à ce 2e tableau.

2) On désire trouver une fonction qui modélise l'évolution de ce prix sur la période 1998-2008.
   Pour cela, on considère la fonction f définie pour tout x de l'intervalle $[0; 11]$ par

$$f(x) = x + 10 - 5\ln(x + 2).$$

   On admet que la fonction f est dérivable sur cet intervalle, et on notera f' sa fonction dérivée.
   a. Donner un tableau de valeurs de la fonction f pour les valeurs de x entières comprises entre 0 et 11. Les valeurs de la fonction seront arrondies à 10^{-2}.
   b. Calculer $f'(x)$, puis étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 11]$.
   Dresser son tableau de variations. Les valeurs des extremums seront données à 10^{-2} près.
   c. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ représentative de la fonction f sur le graphique de la **Partie A.**

3) On admet que la fonction f modélise l'évolution du prix de cette matière première sur la période 1998-2008.
   a. Selon ce modèle, quel serait le prix d'une tonne de matière première au 1er janvier 2005 ?
   b. Déterminer en quelle année le prix d'une tonne de matière première retrouvera sa valeur de 1998.