

∞ Baccalauréat blanc Lycée Saint-Cyr ∞  
février 2008

**EXERCICE 1**

1. Une entreprise a fabriqué 20 000 objets d'un modèle A en 1999.  
Elle réduit progressivement cette production de 2 500 pièces par an jusqu'à ce que la production devienne nulle.  
On note  $u_0$  la production du modèle A pour l'année 1999 et  $u_n$  la production du modèle A pour l'année  $(1999 + n)$ .
  - a. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
  - b. Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ . Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ?
  - c. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - d. Déterminer le nombre total d'objets qui auront été produits du 1<sup>er</sup> janvier 1999 au 31 décembre 2007.
2. Dès 1999, cette entreprise lance un nouveau modèle B. 11 000 objets du modèle B ont été produits en 1999.  
La production du modèle B augmente de 8 % chaque année.  
On note  $v_n$  la production du modèle B pour l'année  $(1999 + n)$ . Les résultats numériques seront arrondis à l'unité près.
  - a. Vérifier que  $v_1 = 11 880$  et calculer  $v_2$ .
  - b. Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ . Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  ?
  - c. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - d. Calculer la production de l'année 2007.
  - e. Déterminer le nombre total d'objets du modèle B qui auront été produits du 1<sup>er</sup> janvier 1999 au 31 décembre 2007.

**EXERCICE 2**

1. Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de premier terme 0,89 et de raison 0,01.  
On pose  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .
  - a. Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .
  - b. Déterminer la limite de  $S_n$ .
  - c. En déduire l'écriture fractionnaire de 1,89 89 ...
2. Déterminer l'écriture fractionnaire de 17,314 314...

**EXERCICE 3**

La population d'une ville nouvelle est donnée par :

$$f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$$

où  $t$  est le temps depuis 1970 (exprimé en années) et  $f(t)$  est le nombre d'habitants (exprimé en milliers).

1. Calculer la population de cette ville début 1980, puis début 1995.
2. a. Calculer  $f'(t)$  où  $f'$  est la dérivée de  $f$ .

- b.** En déduire le sens de variation de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  et en donner une interprétation concrète.
- 3.** La dérivée de la fonction  $f$  représente le rythme de croissance de la population de cette ville (exprimé en milliers d'habitants par an).
- a.** Calculer le rythme de croissance en 1990 pour cette ville.
- b.** Déterminer à quel moment le rythme de croissance sera égal à 0,125 milliers (ou 125 habitants de plus par an).

**EXERCICE 4**

On lance simultanément deux dés équilibrés (un bleu, un vert), dont les faces sont numérotées de 1 à 6. (On suppose qu'il y a équiprobabilité pour tous les couples de nombres possibles). On note  $S$  la somme des nombres obtenus.

Tous les résultats de calculs de probabilité seront donnés sous forme de fraction irréductible

- 1. a.** Compléter le tableau suivant par la somme des nombres obtenus :

bleu vert	1	2	3	4	5	6
1	2					
2	3					
3	4					
4	5		7			
5	6	7				
6	7					

- b.** Compléter le tableau suivant : ( $P(S)$  représente la probabilité que la somme des deux dés soit égale à  $S$ ).

$S$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(S)$					$\frac{5}{36}$						

- 2. a.** Déterminer la probabilité de l'évènement : «  $5 \leq S \leq 9$  ».
- b.** Montrer que la probabilité d'obtenir une somme  $S$  impaire est égale à  $\frac{1}{2}$ .
- 3.** On lance les deux dés trois fois de suite. À l'issue de chaque lancer, on note la somme obtenue.
- a.** Montrer que la probabilité d'obtenir exactement trois fois une somme impaire est égale à  $\frac{1}{8}$ .
- b.** Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux fois une somme impaire.

**EXERCICE 5**

Le code ISBN (International Standard Book Number, Numéro international normalisé du livre) permet d'identifier chaque livre de manière unique dans le monde entier. Il sert notamment de numéro de référence dans les bases de données informatiques (bibliothèque, éditeurs). Il est composé de dix chiffres répartis en quatre groupes séparés par des tirets.

Exemples : ISBN 2 – 266 – 02612 – 7 ou ISBN 2 – 86623 – 490 – 1 .

Le premier groupe correspond au pays de l'éditeur ( 2 pour la France), le deuxième groupe est le numéro de l'éditeur, le troisième celui du livre, enfin le dernier chiffre est une clé qui sert à vérifier qu'on a pas effectué d'erreurs de saisie en rentrant le code dans un ordinateur. Cette clé est calculée de la manière suivante :

À partir des neuf premiers chiffres  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$  (sans tenir compte des tirets), on calcule la somme :  $S = a_1 + 2 \times a_2 + 3 \times a_3 + 4 \times a_4 + 5 \times a_5 + 6 \times a_6 + 7 \times a_7 + 8 \times a_8 + 9 \times a_9$ , puis on calcule le reste de la division euclidienne de  $S$  par 11. Ce reste est la clé. Il s'agit d'un entier compris entre 0 et 10 inclus ; s'il vaut 10, on écrit alors le chiffre romain X.

Exemple : un livre américain est codé par les chiffres 0 ? 19 ? 857505 ??

La somme  $S$  vaut dans ce cas 208 or  $208 = 11 \times 18 + 10$ . Le reste est donc égal à 10, donc la clé sera X. On obtient alors le code 0 – 19 – 857505 – X.

1. Compléter les codes suivants par leur clés :
  - ISBN 0 – 7136 – 6020 - ?
  - ISBN 2 – 7427 – 0008 - ?
  - ISBN 0 – 691 – 05729 - ?
2. Un bibliothécaire saisi le code ISBN 2 – 70 – 031999 – 7 . Le logiciel lui indique alors qu'il a commis une erreur.
  - a. Comment le logiciel a-t-il détecté l'erreur ?
  - b. Le bibliothécaire s'aperçoit alors qu'il a interverti les deux chiffres du numéro de l'éditeur ; il saisit donc le code ISBN 2 – 07 – 031999 – 7. Ce code est-il cohérent avec la clé de contrôle ?
3. Le bibliothécaire reçoit un nouveau message d'erreur en rentrant le code ISBN 2 – 85368 – 313 – 2. Corriger son erreur sachant qu'elle porte seulement sur le chiffre de gauche.
4. Les proposition suivantes sont-elles justes ou fausses ? (justifier rapidement)
  - a. « si la somme  $S$  est un multiple de 11, alors la clé est 0 »
  - b. « si la somme  $S$  est un multiple de 10, alors la clé est X »
  - c. « toutes les erreurs de saisie sont détectables »
  - d. « Si deux codes possèdent la même clé, alors les sommes  $S$  correspondantes sont congrues modulo 11. »
5. Écrire la réciproque de la dernière proposition puis préciser si cette dernière est juste ou fausse.
6. On voudrait savoir si intervertir deux chiffres entraîne toujours une modification de la clé, ce qui permet de déceler l'erreur. On suppose par exemple qu'au lieu de saisir les neuf chiffres d'un code ISBN  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9$ , le bibliothécaire saisisse  $a_1 a_3 a_2 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9$ . On considère  $S$  et  $S'$  les sommes correspondant respectivement au code exact et au code erroné.
  - a. Calculer  $S - S'$  en fonction des chiffres  $a_2$  et  $a_3$ .
  - b. Quelles sont les valeurs possibles pour  $S - S'$  ?
  - c. Est-ce que  $S$  et  $S'$  peuvent être congrues modulo 11 ?
  - d. Que peut-on en conclure ?